

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECANICA

**ESTUDO DE MODELOS DE PROPAGAÇÃO SONORA NO OCEANO
PARA CÁLCULO DA PERDA DE TRANSMISSÃO A LONGA
DISTÂNCIA EM LÂMINA DE ÁGUAS RASAS**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA A UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

JOSEVAL REINAS

FLORIANÓPOLIS, 20 DE DEZEMBRO DE 1993.

ESTUDO DE MODELOS DE PROPAGAÇÃO SONORA NO OCEANO PARA CÁLCULO DA PERDA DE TRANSMISSÃO A LONGA DISTÂNCIA EM LÂMINA DE ÁGUAS RASAS

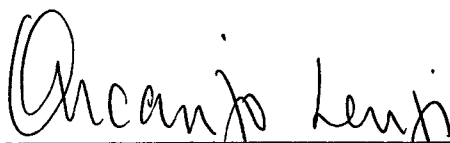
JOSEVAL REINAS

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

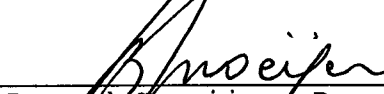
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM VIBRAÇÕES E
RUÍDO, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA MECÂNICA.

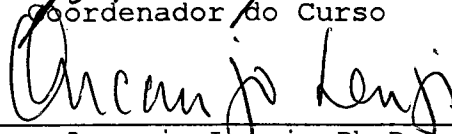
BANCA EXAMINADORA



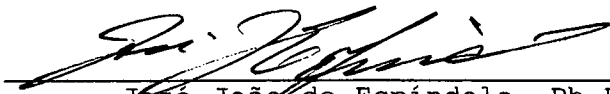
Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Orientador



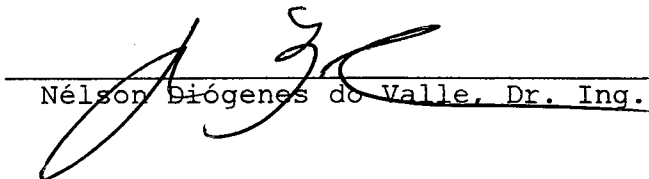
Berend Snoeijer, Dr. Ing.
Coordenador do Curso



Arcanjo Lenzi, Ph.D.
Presidente



José João de Espíndola, Ph.D.



Nelson Diógenes do Valle, Dr. Ing.

DEDICATÓRIA

A minha família, Janete
e Isabelle.

As pessoas viveriam melhor se procurassem
colocar a serenidade e o bem comum sempre
um passo a frente daquilo que elas tomam
como verdades absolutas, advindas do
pensamento egocêntrico.

(Anônimo)

AGRADECIMENTOS

- A CAPES pelo apoio financeiro;
- Ao prof. Arcanjo Lenzi, pela orientação e ensinamentos, experiência transmitida e a amizade valorosa.
- Aos professores e funcionários e estagiários do Laboratório de Vibrações e Acústica pela companhia diária neste período.
- Aos companheiros de pós-graduação pelo convívio, amizade e pelas muitas medalhas de primeira colocação no futebol, nos jogos da engenharia mecânica.
- A CPGEM pela atenção em todos os momentos.
- A meus pais, por tudo que fizeram ao longo de toda minha vida, educação, carinho e atenção.
- A família de minha esposa, pela acolhida e convivência.
- A minha esposa Janete, pelo carinho, amor, dedicação e compreensão.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO 2 - TÉCNICAS DE MODELAGEM.....	6
2.1 - Classificação.....	6
2.1.1 - Quanto a Forma de Utilização.....	7
2.1.2 - Quanto ao Tipo.....	8
2.2 - Características de Avaliação dos Modelos.....	13
CAPÍTULO 3 - MODOS NORMAIS.....	15
3.1 - O Problema de Autovalores e Autovetores.....	15
3.2 - Força Generalizada e Solução da Equação Diferencial.....	19
3.3 - Solução em Lâmina de Água Estratificada.....	22
3.4 - Equação Característica.....	27
3.5 - Aproximações e Efeitos de Ressonância.....	36
3.6 - Análise do Comportamento das Soluções.....	39
3.7 - Campo de Pressão para Fonte Harmônica.....	41
3.8 - Atenuação Modal.....	46
CAPÍTULO 4 - ACÚSTICA DE RAIOS.....	49
4.1 - Introdução.....	49
4.2 - Desenvolvimento do Diagrama de Raios.....	51

4.3 - Modelagem Acústica.....	55
4.3.1 - O Modelo de Oceano.....	56
4.3.2 - Identificação de Famílias de Raios.....	61
4.4 - Cálculo de Intensidade.....	64
4.5 - Somatório Coerente de Intensidades.....	69
4.6 - Efeitos da Freqüência de Corte Inferior.....	70
4.7 - Propagação Eixo-Eixo.....	71
4.8 - Propagação em Duto de Superfície.....	72
4.9 - Propagação em Águas Rasas.....	73
 CAPÍTULO 5 - MODELAGEM E COMPARAÇÕES.....	 77
5.1 - Comparação de Resultados.....	81
 CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES.....	 91
 APÊNDICES.....	 95
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	 112

SIMBOLOGIA

MODOS NORMAIS.

f	- frequência.
r	- variável de distância.
z	- variável de profundidade.
c	- velocidade do som.
E	- energia.
V	- energia potencial, volume.
T	- energia cinética.
g	- coordenada generalizada.
p	- coordenada principal.
Q	- força generalizada.
s	- autovalor.
q	- coeficiente.
n	- grau do polinômio.
$N, N(t)$	- força principal.
N_{uv_1}	- força principal por unidade de volume.
K	- rigidez, número de onda.
k_i	- termo da matriz de rigidez.
M	- inércia.
m_i	- termo da matriz de inércia
D	- termo da matriz dinâmica.
A, B	- constantes.
U	- velocidade de grupo.
v	- velocidade de fase.
m	- número do modo.

Re	- resíduo.
$T(t), g(t)$	- dependências temporais.
t	- tempo.
h	- espessura de camadas.
$R(r)$	- autovetor horizontal.
$Z(z)$	- autovetor vertical.
J_0, J_1	- funções de Bessel.
H_0, Y_0	- funções de Hankel.
b	- razão de densidades.
R	- coeficiente de reflexão.
$R(z)$	- variação de R na profundidade.
P, p	- pressão.
u	- velocidade de partícula.
W	- potência.
ω	- frequência angular.
$\alpha, \alpha(h), \beta, \chi$	- fase.
Φ, ϕ	- transformação de coordenadas.
ε	- deformação.
λ	- módulo volumétrico, comprimento de onda.
Λ	- comprimento de onda de interferência.
σ	- tensão volumétrica.
φ, ψ, ξ	- deslocamentos potenciais.
θ	- ângulo de incidência ou saída.
κ	- número de onda horizontal.
γ	- número de onda vertical.
ρ	- densidade.
τ	- densidade modal de energia cinética.
$ _0$	- avaliação na origem.
i	- $\sqrt{-1}$.

$[\]$	- matriz.
$[\]^T$	- matriz transposta.
$\{ \}$	- vetor.
$\{ \}^T$	- vetor transposto.
\dot{a}	- derivada no tempo de a.
\ddot{a}	- segunda derivada no tempo de a.
$ A $	- determinante de A.
$a \bullet b$	- produto escalar de a por b.
\bar{a}	- valor médio de a.
∇	- gradiente.
Δz	- acréscimo diferencial na variável z.
e	- 2.7172....,
e acrescenta-se	

RAIOS

g	- gradiente de velocidade do som.
R	- raio de curvatura, distância radial.
$D(\theta)$	- dependência angular em distância.
$a, b, c, d, e, \mu, \beta$	- constantes.
I	- intensidade.
S, A	- áreas.
l	- distância perpendicular.
N	- fator de diretividade.
$v(t)$	- função de Airy.
t	- coeficiente.
$Pe(x, y)$	- função de Pearcey.
D	- profundidade.
P	- período.

RESUMO

A propagação de ondas sonoras em águas oceânicas é objeto de estudo de vários segmentos de pesquisadores no âmbito mundial. De importância fundamental, o desenvolvimento de modelos de propagação viabiliza a otimização de experimentos em campo, bem como possibilitam a análise dos resultados de medições e portanto, a obtenção de parâmetros relevantes na área da acústica submarina.

O conhecimento de uma normalização ou classificação geral de modelos é necessária, para efeito de comparação com desenvolvimentos já obtidos pela comunidade científica internacional. Um tipo de modelo, denominado Modos Normais, fornece o campo de pressão sonora em função da distância através do somatório das contribuições de modos acústicos na lâmina de água. Neste modelo, através do estudo das curvas de dispersão, é possível identificar frequências anti e quasi-ressonantes como sendo, respectivamente, máximas e mínimas velocidades de grupo. O modelo de Raios Acústicos também se apresenta como de grande utilidade visto que, além de calcular a perda de transmissão, indicam visualmente através do diagrama de raios, o caminho percorrido pela frente de onda, bem como as diversas situações que ocorrem e que devem ser analisadas na propagação, tais como a formação de grupos de raios de mesma espécie e o cruzamento de raios, onde a teoria clássica calcula intensidade infinita.

O presente trabalho envolve o estudo destes dois tipos de modelos, incluindo as análises acima mencionadas, através de programas de computador em linguagem 'C'. Calcula-se o campo de pressão e a perda de transmissão de uma fonte harmônica em uma área do oceano modelada como água rasa. Os resultados dos cálculos são comparados entre si e

com medições publicadas na literatura, apresentando uma boa aproximação do fenômeno da propagação sonora neste ambiente.

ABSTRACT

Underwater sound propagation has been object of many research world wide. Models of sound propagation are of great importance for the optimization of field experiments, in the analyses of measurements results and the important parameters related.

A general classification of models is necessary for comparisons of results presented by the international scientific community. One such model is denominated Normal Modes and leads to the sound pressure field determination with distance through a summation of acoustic modes present in the water layer. Through this model, it is possible to identify anti-ressonant and quasi-ressonant frequencies as being maximum and minimum group velocities, respectively.

The Ray Acoustic models is a valuable and efficient technique for transmission loss determination and the visualization of the sound wave front traveled path. It also allows analysis of the formation of ray groups of same nature, and rays crossings where classical theories indicates infinite intensity.

This work presents the aplication of these two models for the calculation of sound field and the transmission loss of a harmonic source in shallow waters. All computer programs were written in 'C' language. Results obtained from both models were compared indicating good agreement. Comparisons were made with experimental results presented in the literature.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Em meados do século IX, a preocupação de se conhecer o comportamento acústico num ambiente aquático já existia. Realizavam-se experimentos para o cálculo da velocidade do som : dois barcos separados por uma distância conhecida onde, num deles, um sino (fonte) era submerso e excitado com uma batida. No mesmo instante, um sinal luminoso era emitido para o outro barco (o receptor) que iniciaria a contagem do tempo. A recepção deste sinal se fazia por meio de um tubo curvado em direção a fonte. A razão distância pelo tempo entre o acionamento da fonte e o momento que o receptor detectava o primeiro som, fornecia sua velocidade.

O desenvolvimento dos sistemas acústicos no oceano teve avanço por volta da primeira grande guerra. Foram introduzidos conceitos elétricos e eletrônicos na geração e conversão de sinais. Em 1912, R. A. Fessenden desenvolveu a primeira fonte sonora de alta potência, que foi utilizada por muito tempo. Em busca de viabilizar a detecção de submarinos, aumentou o interesse nos estudos da dinâmica que envolvia a propagação acústica submarina e procurou-se explorar também os conceitos até então conhecidos : óticos, térmicos, magnéticos e eletromagnéticos. Após a guerra, criou-se núcleos de pesquisa direcionados ao assunto em vários países onde, entre os objetivos, estava diminuir o ruído gerado pelos equipamentos navais e o desenvolvimento do sonar ativo.

Em 1937, Athelstan Spilhaus inventou o batitermógrafo, aparelho que possibilitou a medição da temperatura da água em função da

profundidade e, assim, o cálculo do perfil de velocidade do som que afeta muito a transmissão dos sinais acústicos.

As bases teóricas sobre propagação sonora no oceano surgiram no final da segunda guerra e vários fatores que influenciavam-na estavam identificados e conhecidos. Mas as pesquisas e desenvolvimentos continuaram. Com o passar dos anos, o procedimento empírico utilizado com o objetivo de conhecer o comportamento do som no mar, foi complementado por modelos baseados em procedimentos matemáticos gerais. A partir da década de 60, com o advento dos primeiros computadores, novos modelos ou técnicas foram progressivamente desenvolvidos. Afim de obter-se a confiabilidade necessária na predição do campo acústico, iniciou-se o cruzamento de informações entre os resultados das medições em campo e resultados obtidos pelos modelos. Com o aumento gradativo do poder de processamento dos computadores, ampliou-se a faixa dinâmica analisada, com frequências cada vez mais baixas para lâminas de água profundas e cada vez mais altas para lâminas de águas rasas onde, nos dois casos, muitos cálculos e iterações são necessários.

O problema de propagação sonora no oceano é objeto de estudo de vários segmentos de pesquisadores no mundo inteiro. Utilizam-se princípios de ótica, que tratam dos estudos de difração e reflexão baseados na lei de Snell, teoria eletromagnética e conceitos de sistemas vibrantes.

Burdic [1] apresenta nos capítulos 2, 4 e 5, uma introdução ao sistema acústico oceânico, com respeito a propagação, características do meio, teoria da onda e dois modelos simples. Bobber [2] e Albers [3] descrevem os equipamentos utilizados nos experimentos no mar, com suas características, formas de projeto, técnicas de medição e calibração. Medições e fórmulas da variação da velocidade do som com a profundidade são abordadas por Wilson [18] e Mackenzie [19], o primeiro abordando o

assunto experimentalmente, mostrando seus resultados práticos para o ajuste de curvas e, o segundo, analisando e discutindo os procedimentos e resultados obtidos por pesquisas anteriores. Tolstoy e Clay [4] fornecem uma abordagem que envolve a teoria básica e experimentos tanto em águas rasas quanto em mares profundos. Um detalhamento maior, porém, é obtido em seus artigos [15], [16] e [17]. Clay e Medwin [5] englobam diversas técnicas e aplicações no estudo dos componentes que influenciam as ondas sonoras na lâmina de água, como o espalhamento e difração, princípios de transmissão e um pouco de análise de sinais. Da mesma forma, Urlick [8] descreve a teoria, acrescentando o ruído ambiente, perda de transmissão, radiação, detecção de navios e o sistema sonar como um todo. Spofford [6] descreve um modelo de perda de transmissão pela acústica de raios, indicando o tratamento para as situações em que hipóteses simplificativas devem ser avaliadas em função da modelagem do ambiente (geometria, perfil de velocidades, etc). A teoria é explanada na referência [10]. Um resumo das várias técnicas de modelagem é encontrado em Jensen [11] e Kupermann [12], onde são apontadas as classificações, descrições, vantagens e desvantagens dos métodos.

Outro assunto de grande interesse são as chamadas relações de intensidade ou leis de decaimento expostas por Weston [13] e Murphy/Olesen [14], que são mapeadas como função da distância e frequência, fornecendo representações de alta qualidade para as medições de perda de transmissão em águas rasas.

No capítulo 2, o tratamento ao problema de propagação sonora no oceano terá o enfoque aplicativo dos modelos. Uma comparação qualitativa de algumas formas de abordagem será feita, com suas descrições gerais, limitações e diferenças, uma vez que as diversas técnicas envolvidas, as vezes, têm uma matemática complexa.

O capítulo 3 aborda um modelo de propagação em águas rasas, denominado modos normais, sendo completamente desenvolvido através da generalização matemática dos sistemas acústicos similares utilizados na área. São aplicados conceitos de quantidades generalizadas, a teoria do resíduo de Cauchy e deriva-se as equações para um número qualquer de camadas, pois o meio, será considerado horizontalmente estratificado.

O modelo de raios acústicos é analisado no capítulo 4, onde um programa de traçado do diagrama de raios (base fundamental para a obtenção do modelo) é apresentado. Também genérico em número de camadas, com diferentes gradientes de velocidade do som, auxiliam a entender as considerações e formulações completas da modelagem do oceano através deste método.

No capítulo 5, os modelos serão aplicados e as possíveis comparações entre os dados medidos e calculados pelos mesmos estarão em análise, bem como os limites de precisão envolvidos e as consequências sobre os desvios dos parâmetros.

No capítulo 6, algumas indicações para a continuidade deste trabalho são fornecidas.

A obtenção de modelos de propagação (cálculo da perda de transmissão com a distância) pode colaborar para a otimização dos sistemas de sonar onde, através da figura 1, nota-se a introdução do resultados desses modelos (PT). Estes sistemas são, na sua grande maioria importados e, o acesso e manutenção por parte de, por exemplo, companhias de pesca de pequeno e médio porte se torna difícil, nivelando por baixo a eficiência deste tipo de atividade em relação aos barcos equipados. Sabe-se, hoje, que o país está muito aquém da produção total de alimentos do mar, apesar do limite de 200 milhas em toda sua costa. Isto se reflete de sobremaneira na economia e na conquista de novos mercados exportadores. Também se justifica a medida

em que os experimentos carreados por instituições de pesquisa podem ser melhor programados, pois os dados medidos em campo devem ser explorados em sua plenitude, uma vez que o custo envolvido em tais experimentos é considerável.

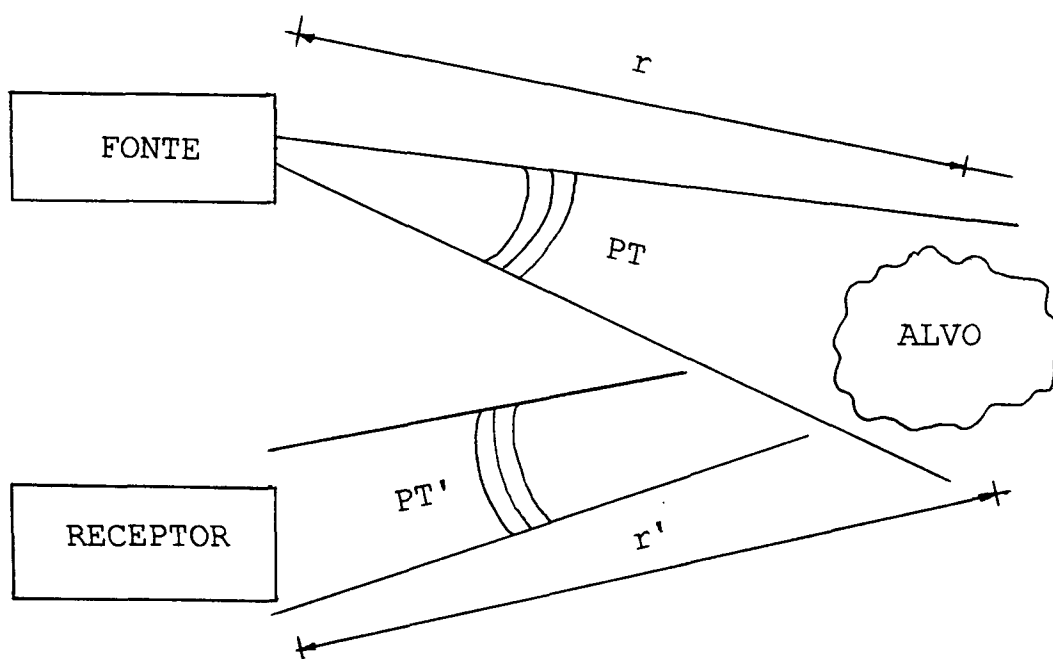


Figura 1 - Sistema SONAR Evidenciando a Inclusão da Perda de Transmissão (PT).

TÉCNICAS DE MODELAGEM

2.1 CLASSIFICAÇÃO.

Os modelos computacionais de propagação de ondas sonoras no oceano começaram interessar os pesquisadores a partir da década de 60, que tinham por objetivo, estimar a dependência em frequência das propriedades temporais e espaciais dos campos de pressão no oceano, planejar melhor seus experimentos e otimizar os sistemas de sonar até então concebidos. Desta data em diante, muito progresso tem-se obtido, com novas formas de abordagem do problema. Surgiram, então, inúmeros códigos de computadores baseados nas várias técnicas, e tornou-se necessário administrar ou padronizar certos aspectos desse desenvolvimento.

Como características de uma modelagem de qualidade, os mecanismos de perda acústica do meio devem ser identificados. Parte-se do tipo de distribuição do campo de pressão (cilindrico ou esférico) e, complementarmente, as perdas por reflexão e difração do fundo e da superfície, mais a absorção de volume. Esta última envolve a viscosidade e o processo químico de relaxação do meio. Quanto mais baixa a frequência, menores perdas dessa natureza ocorrem e maiores distância de propagação são analisadas. As perdas no fundo são computadas em função do ângulo de incidência e frequência das ondas, existindo um limite no qual a atenuação se torna menor. Na superfície, a rugosidade ou ondas é importante no processo de difração e decaimento do campo acústico médio. Em certas porções do oceano ou sob

determinadas condições, alguns parâmetros reais podem ser simplificados.

Uma divisão geral classifica os modelos pela forma de utilização :

- Pesquisa.
- Operação.

Um critério de classificação também utilizado é quanto ao tipo do modelo:

- Perda de transmissão.
- Ruídos.
- Reverberação (sonar ativo).

Uma categoria fundamental de modelos são aqueles derivados empiricamente, que fazem parte de modelos gerais e servem de parâmetros de entrada ou para prever quantidades intermediárias:

- Modelos ambientais.

Dentro destas divisões, ainda existem classes de acordo com a técnica utilizada que serão detalhadas a seguir.

2.1.1 QUANTO A FORMA DE UTILIZAÇÃO.

Os modelos de pesquisa são aqueles em que a precisão é um fator de muita importância e os ambientes estudados são bem definidos e conhecidos, ou seja, ambientes de laboratórios, áreas oceânicas ou até mesmo lagos onde os parâmetros geofísicos estão comprovadamente avaliados. Aqui, o tempo de processamento do modelo não é um parâmetro que demanda excessiva preocupação.

Por outro lado, a operacionalidade requer execução rápida, pois são utilizados em campo, onde adquire-se constantemente resultados ou sinais, juntamente com a inclusão de novos dados a serem avaliados.

Entretanto, certos fatores limitantes no cruzamento entre a formulação teórica e a aplicação operacional dos modelos, existem. Podemos citar:

- Capacidade de processamento.
- Falta de métodos matemáticos para avaliar situações complexas na propagação.
- Dados insuficientes das condições e propriedades do mar de resolução confiável para a validação dos modelos.
- Avaliação da repetibilidade das medições.

2.1.2 QUANTO AO TIPO.

Na classificação quanto ao tipo, perda de transmissão (PT), ruído e reverberação, existe uma interligação pois o primeiro é utilizado para a obtenção dos demais, fazendo parte das características do meio na equação do sonar ativo (Fig. 2.1). Nos capítulos 3 e 4 serão analisados modelos (PT).

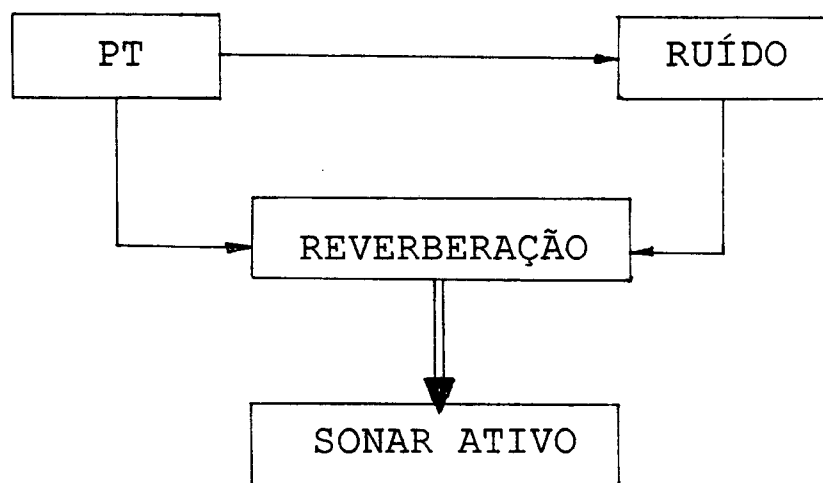


FIG. 2.1 - Interligação dos Modelos.

Estes modelos (PT) partem da equação da onda tridimensional, derivadas das equações de estado, de continuidade e de movimento, que são simplificadas pela separação da equação geral, uma equação de Helmholtz independente do tempo e com solução harmônica (eq. 2.1). Soluções gerais com condições de contorno não-triviais devem ser resolvidas por métodos numéricos (p. ex.: diferenças finitas).

$$\nabla^2 \phi + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0 \quad (2.1)$$

Fixa-se, aqui, uma divisão principal entre as várias aproximações teóricas utilizadas para a obtenção de modelos, o que não impede que classificações mais detalhadas com relação a este item apareçam na literatura. Modelos de RAIOS e modelos de ONDAS têm como base a equação (2.1). Com respeito ao meio, estes podem ser independentes na distância, isto é, tem simetria cilíndrica e são horizontalmente estratificados, ou dependentes da distância com variáveis de relevo, perfil de velocidade do som, entre outras.

O modelo de raios é uma importante ferramenta no estudo da acústica submarina, que utiliza conceitos de refração da ótica (lei de Snell) e podem ser formulados considerando o ambiente não-homogêneo e com contornos complicados. Consiste na aproximação matemática da teoria da onda, dada pelo traçado dos caminhos percorridos pela frente de onda no meio. São de execução simples, de fácil visualização, rápidos em processamento, utilizados em ampla faixa de alta frequência e não incluem difração e outros efeitos de onda. A medida que a frequência decresce, devem ser incorporadas correções que avaliem o comportamento da intensidade. Perto do "cáustico" (cruzamento de raios), ocorrem anomalias no cálculo da intensidade pela teoria clássica, devido ao tipo do perfil de velocidade do som modelado.

Existem duas formas de solução para este tipo de modelo:

a) Expansão por múltiplos caminhos: O campo acústico é expandido em termos de integrais onde cada uma representa um raio. Este método é também conhecido por WKB (devido a Wentzel, Kramers e Brillouin), que é uma técnica para a resolução de equações dependentes da profundidade nas soluções de modos normais. Então, para cada modo, existe uma representação por um raio acústico correspondente. Não se tem notícia de modelos dependentes da distância através desta técnica.

b) Separação da solução da equação de Helmholtz em componentes de amplitude e fase: assume-se que a primeira varia mais suavemente que a segunda ao longo da distância e as correções acima mencionadas são introduzidas. A dependência em distância pode ser resolvida por separação em intervalos onde as propriedades se mantêm constantes, ou existe uma pequena variação contínua do ambiente.

Por suas características, o modelo de RAIOS se adapta às condições de operacionalidade. A perda de transmissão é obtida do traçado de raios.

Necessitando um tempo maior de processamento, a intervenção mais constante do usuário e limitado a baixas frequências, porém, fornecendo soluções mais exatas, os modelos de ondas são melhor utilizados na pesquisa da acústica submarina. O tratamento utilizado é semelhante a problemas de acústica de dutos ou salas, cuja técnica consiste em expandir o campo acústico em termos de um número discreto de modos normais na vertical, com espalhamento cilíndrico na horizontal, ou integrar numericamente a equação da onda. A solução é considerada como o produto da função de Green dependente da profundidade, com modos discretos ou contínuos, e a função de Bessel dependente da distância. Os modos discretos correspondem a soma dos resíduos da teoria de Cauchy. Fácil de implementar, mas não inclui o

campo próximo e, o fundo, é tratado como sendo fluido, ou seja, não existem ondas de cisalhamento. Três subdivisões ou formas de análise podem ser obtidas:

a) Modos acoplados (Dependência da Distância - DD): existe um acoplamento dos modos de maneira que a energia (E) que é perdida por um determinado modo é transferida a outro pela hipótese adiabática (Fig. 2.2). Eles situam-se em regiões distintas, em função da variação ambiental não muito pronunciada.

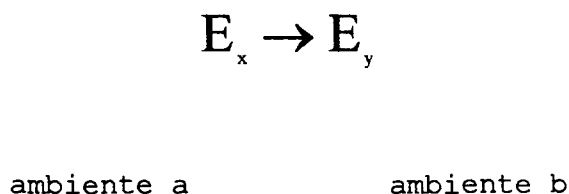


FIG. 2.2 - Modo x no ambiente a e modo y no ambiente b.

b) Teoria do campo rápido (Independência da Distância - ID): os parâmetros da equação da onda são obtidos de acordo com a aproximação por modos normais e, com respeito a distância, utiliza-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT) para avaliar numericamente o resultado. Esta teoria exige que a variação da velocidade do som com a profundidade seja exponencial e não é possível obter modelos dependentes da distância. Como vantagens, cita-se, a inclusão do campo próximo e o tratamento do fundo como meio elástico.

c) Aproximação parabólica (DD): a redução elíptica da equação da onda é substituída pela equação parabólica, que pode sofrer algumas correções, dependendo do método. Este tipo de solução pode facilmente ser vinculada a variação da distância e profundidade, separadamente, enquanto pelo outro método, necessita-se resolver numericamente uma

equação distância-profundidade simultaneamente. Por isso, é indicado para a obtenção de modelos dependentes na distância. A implementação deve ser acompanhada por um outro método que calcule a solução nos pontos iniciais do trajeto, o que é uma desvantagem da aproximação. Inclui fenômenos de difração. Por este modelo, o tempo de processamento aumenta com a distância, complexidade do meio e frequência (f^2) e não é óbvia a inclusão de fundo elástico. Pode ser resolvido por diferenças finitas ou elementos finitos.

Modelos de ruído objetivam prever o nível médio de sinais captados por receptores em um ambiente com vida biológica, fluxo de embarcações, etc. Por outro lado, modelos estatísticos podem ser utilizados, com técnicas analíticas (dedutivas) ou de simulação (indutivas). Como mencionado anteriormente, estes utilizam modelos de perda de transmissão e a direcionalidade do receptor é um parâmetro importante.

Modelos de reverberação/sonar ativo estão intimamente ligados pois têm aplicações específicas semelhantes. O sonar ativo é composto por módulos tais como:

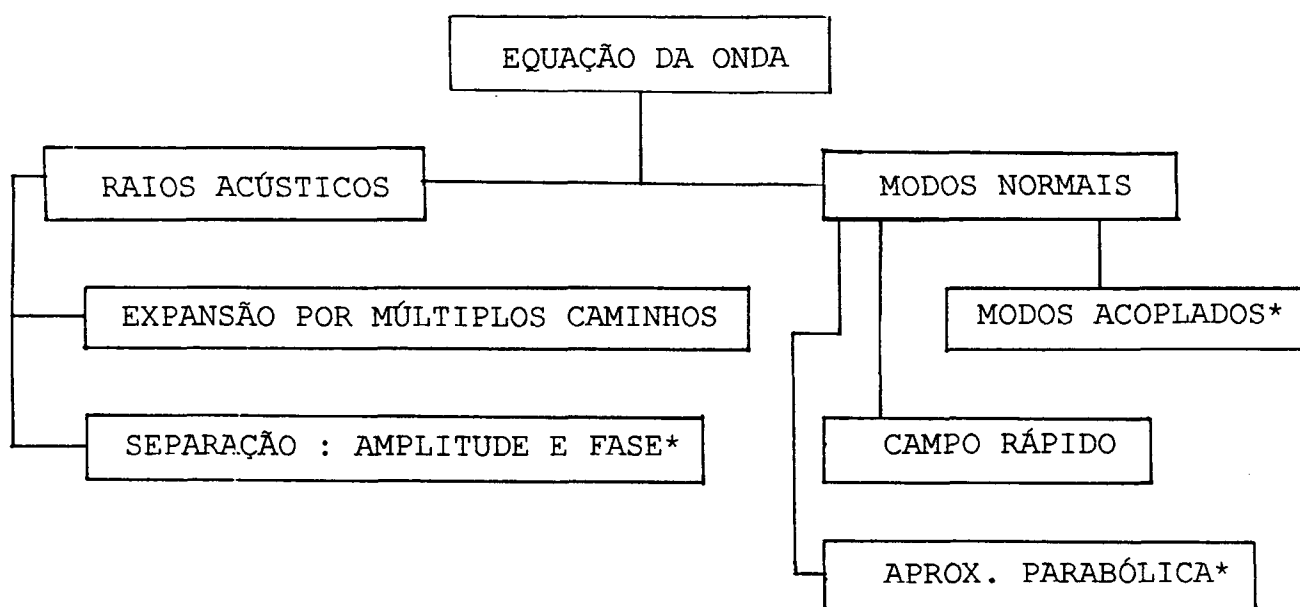
- perda de transmissão.
- ruído.
- reverberação.
- processamento de sinais.
- características do alvo.
- modelos ambientais.

Este último é composto por vários modelos intermediários:

- perfil de velocidade do som, que é uma função da temperatura, salinidade, profundidade, variações sazonais, diárias, etc.
- coeficientes de absorção.
- perdas por reflexão, etc.

Os modelos de reverberação são compostos por três tipos em função da posição dos espalhadores: superfície, fundo e volume. Este último engloba resultados de aproximações por raios, perda de transmissão, expansão por múltiplos caminhos, considerando a existência de vida biológica.

O quadro da fig. 2.3 resume os tipos de modelos encontrados na literatura e descritos acima.



* Dependência na distância.

FIG. 2.3 - Classificação dos Modelos.

2.2 CARACTERÍSTICAS DE AVALIAÇÃO.

Devido ao grande número de modelos e formas de abordagem que surgiram durante os anos, houve a necessidade de impor critérios de julgamento de qualidade dos trabalhos teóricos. Comitês ou comissões foram organizados com este objetivo (p. ex.: AMEC - Acoustic Model Evaluation Committee) e alguns parâmetros começaram a ser considerados:

- precisão

- tempo de processamento.
- complexidade de execução;
- facilidade de implementação.
- facilidade de alterações.

Além disso, a comparação de medições e cálculos de campo acústico, fundamental para a validação dos modelos, foi complementada pela comparação de resultados modelo-a-modelo. Outra manifestação da comunidade que pesquisa a acústica submarina é a de compilar, em determinados centros ou entidades específicas, o maior número possível de dados oceanográficos, que servem de suporte aos modelos de propagação.

CAPÍTULO 3

MODOS NORMAIS

3.1 O PROBLEMA DE AUTOVALORES E AUTOVETORES.

O conceito de modos normais é bem conhecido e utilizado na interpretação do comportamento dinâmico de vários sistemas mecânicos. Seja através da análise de uma viga finita vibrando livremente ou do cálculo das frequências características dos modos acústicos de uma sala fechada, esta teoria possibilita o entendimento e a análise dessas e outras situações do dia a dia dos pesquisadores da área de vibrações e acústica. Também na acústica submarina, os modos normais têm sua aplicabilidade, iniciada e difundida décadas atrás pela comunidade científica internacional.

Neste capítulo, ilustra-se o procedimento de aplicação dos modos normais para representar o campo acústico num meio, cujos contornos simulam uma lâmina de água contendo uma fonte sonora.

Partimos de um sistema mecânico genérico que foi excitado, adquirindo energia potencial e cinética, na forma quadrática, com respeito às coordenadas generalizadas g , assim definidas [20]:

$$V = \frac{1}{2} \{g\}^T [M] \{g\} \quad (3.1)$$

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{g}\}^T [M] \{\dot{g}\} \quad (3.2)$$

As equações de Lagrange fornecem a equação do movimento para o sistema não amortecido,

$$[M]\{\ddot{g}\} + [K]\{g\} = \{Q\} \quad (3.3)$$

Para resolver o problema de autovalores, supõe-se que a dependência de g no tempo é :

$$\{g\} = \{\phi\}e^{st} \quad (3.4)$$

Substituindo (3.4) em (3.3), porém, considerando o problema de vibrações livres ($\{Q\} = 0$) obtém-se o sistema abaixo:

$$[[M]s^2 + [K]]\{\phi\} = \{0\} \quad (3.5)$$

Portanto, o determinante da matriz dinâmica à esquerda deve anular-se, uma vez que o autovetor $\{\phi\}$ é diferente de zero, ou seja,

$$[D(\omega)]\{\phi\} = \{0\} \quad (3.6)$$

$$|D(\omega)| = 0 \quad (3.7)$$

o que fornece o polinômio de grau $2n$

$$s^{2n} + q_1s^{2n-1} + \dots + q_{2n-1}s + q_{2n} = 0 \quad (3.8)$$

onde, de uma maneira geral, obtêm-se as raízes complexas s , que no item 3.8 deste capítulo, a parte imaginária será referida como devido ao amortecimento,

$$s = \partial_j \pm iv_j \quad (3.9)$$

Por outro lado, para o problema de autovalores não amortecido, as raízes se simplificam a

$$s = \pm i\omega \quad (3.10)$$

Substituindo estas raízes na equação (3.5), conclui-se existir um fator de multiplicidade 2, pois $(-i\omega)^2 = (+i\omega)^2 = -\omega^2$, resultando a obtenção de n autovalores reais $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$, calculados por

$$-[M]\{\phi\}\omega^2 + [K]\{\phi\} = \{0\} \quad (3.11)$$

Pode-se analisar a ortogonalidade dos autovetores $\{\phi\}$ pela escolha de duas equações genéricas r e s de (3.11), ou seja,

$$[K]\{\phi\}_r = \omega_r^2 [M]\{\phi\}_r \quad (3.12a)$$

$$[K]\{\phi\}_s = \omega_s^2 [M]\{\phi\}_s \quad (3.12b)$$

e, em seguida, pré-multiplicando (3.12a) e (3.12b) por, respectivamente por $\{\phi\}_s^T$ e $\{\phi\}_r^T$, fazendo a diferença, resulta

$$0 = (\omega_r^2 - \omega_s^2) \{\phi\}_s^T [M] \{\phi\}_r \quad (3.13)$$

Agora, duas situações devem ser analisadas. A primeira,

$$\text{Se } \omega_r \neq \omega_s \Rightarrow \begin{cases} \{\phi\}_s^T [M] \{\phi\}_r \\ \{\phi\}_s^T [K] \{\phi\}_r \end{cases} = 0.$$

Então $\{\phi\}_r$ e $\{\phi\}_s$ são ortogonais com relação as matrizes de rigidez e inércia, $[K]$ e $[M]$, respectivamente. A segunda situação,

$$\text{se } \omega_r = \omega_s \Rightarrow \begin{cases} \{\phi\}_r^T [M] \{\phi\}_r > 0 = M_r \\ \{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r \geq 0 = K_r \end{cases}$$

onde $K_r \rightarrow$ rigidez modal e

$M_r \rightarrow$ inércia modal.

Desta forma, pode-se concluir que

$$\{\phi\}_r^T [K] \{\phi\}_r = \omega_r^2 \{\phi\}_r^T [M] \{\phi\}_r \quad (3.14)$$

$$K_r = \omega_r^2 \cdot M_r \quad (3.15)$$

e os n autovetores formam uma base modal para o sistema a ser estudado. Este sistema, agora, tem n equações desacopladas pois, resolvido o problema de autovalores, foi possível chegar a uma transformação que diagonaliza as matrizes de inércia e rigidez. Os autovetores resultantes serão utilizados para mudança de coordenadas, denominadas de coordenadas principais p , da seguinte forma

$$\{g\} = \sum_{j=1}^n \{\phi\}_j p_j = [\Phi] \{p\} \quad (3.16)$$

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 \{\phi\}_2 \cdots \{\phi\}_n] \quad (3.17)$$

A nova forma das energias cinética e potencial total é a soma das energias modais, respectivamente, assim

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n m_i \cdot \dot{p}_i^2 \quad (3.18)$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i \cdot p_i^2 \quad (3.19)$$

Substituindo (3.16) em (3.3), obtém-se

$$[M][\Phi]\{\ddot{p}\} + [K][\Phi]\{p\} = \{Q\} \quad (3.20)$$

Premultiplicando a equação acima por $[\Phi]^T$, resulta

$$[\backslash M_{\backslash}]\{\ddot{p}\} + [\backslash K_{\backslash}]\{p\} = \{N\} \quad (3.21)$$

ou

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{p}_1 + k_1 p_1 &= N_1(t) \\ m_2 \ddot{p}_2 + k_2 p_2 &= N_2(t) \\ &\vdots \\ m_n \ddot{p}_n + k_n p_n &= N_n(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

onde

$$\{N\} = [\Phi]^T \{Q\} \quad (3.23)$$

é a força principal.

3.2 FORÇA GENERALIZADA E SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL.

A força associada a fonte sonora será calculada mediante a análise de uma superfície esférica pulsante [4]. Por (3.23), a força principal da i -ésima coordenada é dada por

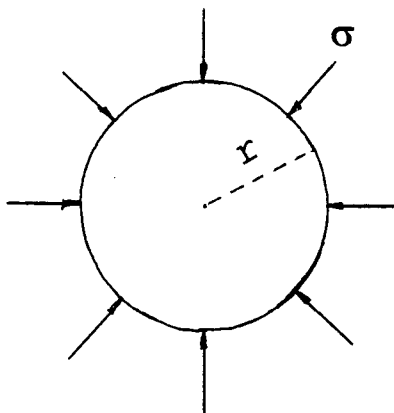


Fig. 3.1 - Fonte Esférica.

$$N_i = \sum_{j=1}^n \phi_{j,i} \cdot Q_j = \{\phi\}_i^T \{Q\} \quad (3.24)$$

A direção de interesse é apenas radial e a excitação total será calculada pela integral de superfície (3.25) e a força Q , dado abaixo

$$N_i = \int_s \{\phi\}_i \cdot Q \, ds \quad (3.25)$$

$$Q = -\sigma g(t) \quad (3.26)$$

onde σ é a tensão na superfície da esfera. Para uma dependência harmônica, $g(t) = B \exp[i\omega t]$, substituindo e aplicando o teorema de Gauss, tem-se

$$N_i = -\sigma \cdot B e^{i\omega t} \int_s \{\phi\}_i \cdot ds = -\sigma B e^{i\omega t} \int_v \nabla \cdot \{\phi\}_i \, dv \quad (3.27)$$

Pela lei de Hooke, a tensão está relacionada com a deformação ϵ por $\sigma = \epsilon \lambda$, sendo λ o módulo volumétrico e $\epsilon = (V_f - V) / V$. Procedendo as substituições e considerando uma aproximação de fonte pontual, resulta em

$$N_i = \lambda \epsilon V B e^{i\omega t} \left(\nabla \cdot \{\phi\}_i \right) \Big|_0 \quad (3.28)$$

O índice 0 de refere a localização da fonte. Mas εV é o incremento de volume e, a força, em termos dessa unidade, fica

$$N_{iv_i} = \lambda B e^{i\omega t} (\nabla \cdot \{\phi\}_i) \Big|_0 \quad (3.29)$$

Ainda, se o deslocamento potencial ψ for utilizado, deve-se fazer as devidas transformações, ou seja

$$\begin{cases} \{\phi\} = \nabla\{\psi\} \\ \{g\} = \nabla\{\xi\} \end{cases} \quad (3.30)$$

e, para este caso, uma das coordenadas da eq. (3.16) fica

$$\nabla\xi = \nabla\{\psi\} \cdot p \quad \text{ou} \quad \xi = \{\psi\} \cdot p \quad (3.31)$$

e, portanto,

$$(\nabla \cdot \{\phi\}) \Big|_0 = \nabla^2 \{\psi\} \Big|_0 \quad (3.32)$$

e a força principal resulta

$$N_{iv_i} = \lambda_0 B e^{i\omega_0 t} \cdot \nabla^2 \{\psi\} \Big|_0 \quad (3.33)$$

O i-ésimo termo da matriz de inércia, m_i , é derivado a partir da densidade modal de energia cinética, τ , em um diferencial de volume de fluído que, integrada ao longo do mesmo, fornece a energia total dada pelo i-ésimo modo ($T' = T_i$). Então, utilizando (3.18), (3.30) e (3.31),

$$\tau = \frac{1}{2} \rho \left(\{\dot{g}\} \right)^2 \rightarrow T' = \frac{1}{2} \int_V \rho \left(\{\dot{g}\} \right)^2 dV = \frac{1}{2} m_i \dot{p}^2 = T_i$$

$$m_i = \frac{1}{\rho} \int_V \rho \left(\nabla \dot{\xi} \right)^2 dV = \frac{1}{\rho} \int_V \rho \left(\nabla \Psi \cdot \dot{\mathbf{p}} \right)^2 dV$$

$$m_i = \int_V \rho (\nabla \Psi)^2 dV \quad (3.34)$$

As soluções das equações (3.22) podem, agora, ser obtidas. Reordenando os termos, com o auxílio dos desenvolvimentos anteriores (eq. 3.33), tem-se

$$\ddot{\mathbf{p}}_i + \omega_i^2 \mathbf{p}_i = \frac{B}{m_i} \lambda_0 \nabla^2 \{ \Psi \} \Big|_0 e^{i\omega_0 t} \quad (3.35)$$

cuja solução é

$$\mathbf{p}_i = \frac{B}{m_i} \lambda_0 \nabla^2 \{ \Psi \} \Big|_0 \frac{e^{i\omega_0 t}}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (3.36)$$

3.2 SOLUÇÃO EM LÂMINA DE ÁGUA ESTRATIFICADA.

Uma vez concluída a formulação de sistemas dinâmicos através de quantidades generalizadas, o caminho está aberto para a resolução do comportamento das ondas, no que denomina-se lâmina de água estratificada. A análise está dirigida para a propagação a longa distância, resultado de sucessivas reflexões das ondas sonoras nos contornos, com ângulo de incidência acima de determinado valor (ângulo crítico, θ_c , medido na vertical, fig. 3.2). Abaixo deste, existe um número maior de reflexões imperfeitas onde o decaimento da energia é mais acentuado com a distância. Pode-se considerar campo distante os pontos apartir do qual uma frente de onda com ângulo de incidência θ_c

reflete no fundo e superfície chegando novamente a profundidade da fonte. Esta distância é $2h \tan(\theta_c)$, h sendo a profundidade da lâmina. Alguns autores estabelecem um critério arbitrário de $10h \tan(\theta_c)$ como limite de transição.

Outra questão diz respeito ao que se considera águas rasas ou profundas. Sobre esta dúvida, basta pensar que um problema de alta frequência em águas próximas ao litoral, pode ser solucionado pela aproximação de modelos de oceano profundo e, por outro lado, propagação de frequência muito baixa em lâmina de água profunda, pode ser analisada pela teoria de águas rasas. Utiliza-se o critério do produto adimensional kh (k - número de onda na horizontal) sendo ≤ 10 para águas continentais.

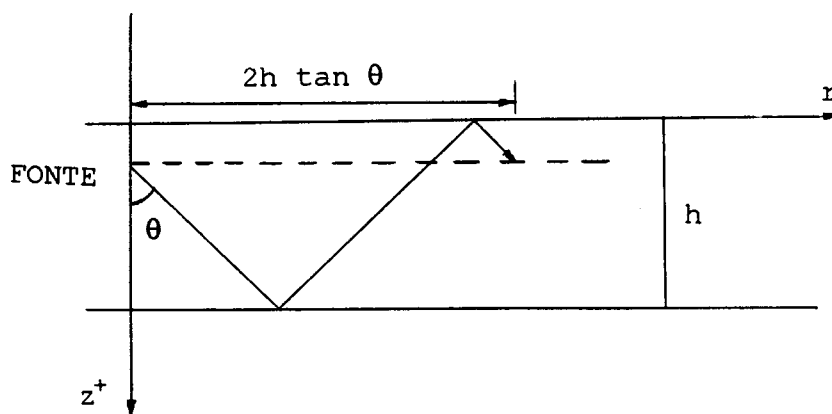


FIG. 3.2 - Limite do campo distante.

Existem atualmente muitos modelos, de variado grau de complexidade, para a predição do campo acústico em águas rasas mas, quem primeiro utilizou esta técnica, com conceitos que até hoje são aproveitados, foi Pekeris [30]. Ele analisou resultados de experimentos com fontes transientes (cargas explosivas) próximo à costa.

Clay e Tolstoy [4], , mais recentemente, desenvolveram a teoria de modos normais para fontes harmônicas através de modelos com lâminas multi-estratificadas, cujos resultados reproduzem os dados medidos com

confiabilidade suficientemente aceitável. O modelo consiste de várias camadas de diferentes espessuras, densidades e velocidades do som entre dois espaços homogêneos ($z < 0$ e $z > z_n$) semi-infinitos ou de espessura muito maior que as demais. Considera-se que os contornos são paralelos ao plano Z (fig. 3.3) e o fenômeno da propagação é governado pela equação da onda em coordenadas cilíndricas, com a fonte no eixo de simetria do campo em $r=0$. Então,

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (3.37)$$

A solução de (3.37) é obtida mediante a separação de variáveis, de forma que o deslocamento potencial seja o produto de três funções, assim:

$$\xi = R(r) \cdot Z(z) \cdot T(t) \quad (3.38)$$

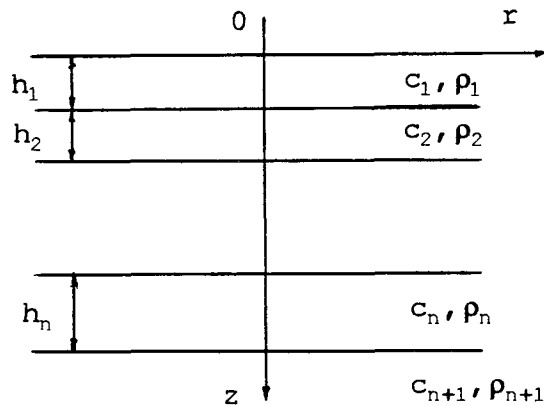


Fig. 3.3 - Lâmina de água estratificada.

Conforme exposto no apêndice A8 e [16], para cada camada tem-se:

$$R_i(r) = J_0(\kappa_i r) \quad (3.39)$$

$$T(t) = e^{i\omega t} \quad (3.40)$$

$$Z_i(z) = A_i \sin(\gamma_i z) + B_i \cos(\gamma_i z) \quad (3.41)$$

onde

$$\kappa_i^2 + \gamma_i^2 = K_i^2 = \frac{\omega^2}{c_i^2} \quad (4.42)$$

Definindo $\kappa_i = \omega/v$, resulta

$$\gamma_i = \kappa \left(\frac{v^2}{c_i^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.43a)$$

onde v é a velocidade de fase. Se $v < c_i$, então

$$\gamma'_i = \kappa \left(1 - \frac{v^2}{c_i^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.43b)$$

Assume-se que a distribuição nos espaços semi-infinitos é exponencial devido a absorção que sofrem as ondas (Clay/Medwin [5]-A2.3.34). Portanto,

$$Z_0(z) = A_0 e^{\gamma'_0 z}, \quad z < 0 \quad (3.44)$$

$$Z_{n+1}(z) = A_{n+1} e^{[-\gamma'_{n+1}(z-z_n)]}, \quad z > z_n \quad (3.45)$$

Para avaliar as constantes (A_i, B_i) das expressões da dependência na profundidade $Z_i(z)$ (eq. 3.41), deve-se respeitar a continuidade de pressão e velocidade de partícula, ou seja,

$$\rho_i \frac{\partial \xi_{2i}^2}{\partial t^2} = \rho_{i+1} \frac{\partial \xi_{2i+1}^2}{\partial t^2} \quad (3.46)$$

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial z} = \frac{\partial \xi_{i+1}}{\partial z} \quad (3.47)$$

e obtem-se um sistema de equações simultâneas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} A_{i+1} = A_i \left[\frac{\gamma_i}{\gamma_{i+1}} \cos(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \cos(\gamma_i z_i) + \frac{1}{b_{i+1}} \operatorname{sen}(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \operatorname{sen}(\gamma_i z_i) \right] + \\ + B_i \left[-\frac{\gamma_i}{\gamma_{i+1}} \cos(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \operatorname{sen}(\gamma_i z_i) + \frac{1}{b_{i+1}} \operatorname{sen}(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \cos(\gamma_i z_i) \right] \end{aligned} \quad (3.48a)$$

$$\begin{aligned} B_{i+1} = A_i \left[-\frac{\gamma_i}{\gamma_{i+1}} \operatorname{sen}(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \cos(\gamma_i z_i) + \frac{1}{b_{i+1}} \cos(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \operatorname{sen}(\gamma_i z_i) \right] + \\ + B_i \left[\frac{\gamma_i}{\gamma_{i+1}} \operatorname{sen}(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \operatorname{sen}(\gamma_i z_i) + \frac{1}{b_{i+1}} \cos(\gamma_{i+1} z_i) \cdot \cos(\gamma_i z_i) \right] \end{aligned} \quad (3.48b)$$

sendo que

$$A_0 = b_1 B_1 \quad (3.49)$$

$$A_{n+1} = \frac{1}{b_{n+1}} [A_n \operatorname{sen}(\gamma_n z_n) + B_n \cos(\gamma_n z_n)] \quad (3.50)$$

$$b_{i+1} = \frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} \quad (3.51)$$

Estas equações assumem diferentes formas de acordo com a faixa de velocidade de fase (v) utilizada, conforme as equações (3.43a e b), e são compatíveis apenas se a equação característica é verificada.

3.4 EQUAÇÃO CARACTERÍSTICA.

A equação característica é obtida mediante a aplicação das condições de contorno ([4]) relativa ao coeficiente de reflexão nas interfaces das camadas. Os modelos baseados em lâminas de água multiestratificadas são viáveis se existe uma razoável diferença de impedância entre essas. Isto possibilitará a ocorrência da reflexão total bem definida, representada por coeficientes compostos, que carregam informações da influência das camadas na propagação em relação àquela onde se encontram fonte e/ou receptor, ou seja, informa a fase na qual as ondas refletidas nas diversas interfaces se sobrepõem para formar o campo acústico na região de interesse.

Em primeiro lugar, deriva-se uma equação diferencial para o coeficiente de reflexão e, através de uma inversão, a variável independente passa ser a mudança de fase, com a justificativa que a solução desta tem um comportamento menos oscilatório. O resultado final é a equação característica da lâmina de água.

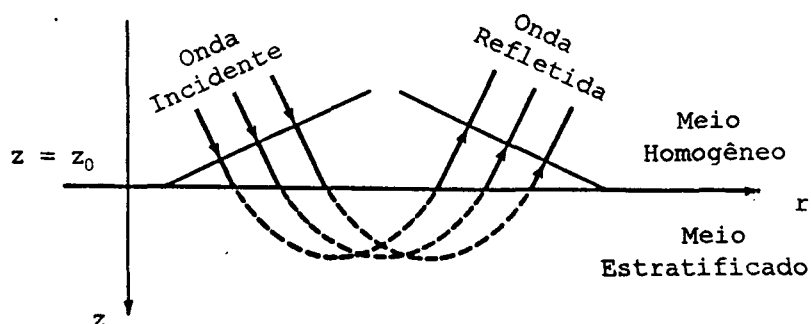


Figura 3.4 - Reflexão de Onda Plana - Meio Estratificado
com Velocidade do Som Crescente.

Considerando uma frente de onda representada pelos raios da figura 3.4, propagando-se num meio homogêneo, de velocidade do som c_1 e

densidade ρ_1 , limitado pelo contorno $z = 0$. Desta forma, um coeficiente de reflexão é definido como a razão entre a onda refletida e a onda incidente. Então, o campo de pressão em termos de deslocamento potencial com amplitude unitária pode ser representado, após a reflexão no contorno, como

$$\phi = \exp[i\gamma_1 z] + R \cdot \exp[-i\gamma_1 z] \quad (3.52)$$

O deslocamento de partícula na vertical é dado por

$$\frac{d\phi}{dz} = i\gamma_1 (\exp[i\gamma_1 z] - R \cdot \exp[-i\gamma_1 z]) \quad (5.53)$$

Pode-se definir uma impedância na vertical em $z = 0$, da seguinte forma

$$Z = \rho_1 \frac{\phi}{d\phi/dz} = \frac{\rho_1}{i\gamma_1} \frac{1 + R}{1 - R} \quad (3.54)$$

De acordo com as condições de continuidade de pressão e velocidade de partícula na interface, ou seja,

$$\rho_1 \phi_1 = \rho_2 \phi_2 \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = \frac{\partial \phi_2}{\partial z} \quad (3.56)$$

obtêm-se a igualdade

$$\frac{\rho_1}{i\gamma_1} \frac{1 + R(-\Delta z)}{1 - R(-\Delta z)} = \frac{\rho_2}{i\gamma_2} \frac{1 + R(\Delta z)}{1 - R(\Delta z)} \quad (3.57)$$

Algumas relações auxiliam na obtenção da equação diferencial, e as diferenciações intermediárias estão contidas no apêndice A6. São elas (ref.[25]):

$$\frac{d}{dz} \ln \phi = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dz} = i\gamma \frac{1-R}{1+R} \quad (3.58)$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2\phi}{dz^2} = -\gamma^2 = \left(\frac{d}{dz} \ln \phi \right)^2 + \frac{d^2}{dz^2} \ln \phi \quad (3.59)$$

Reagrupando (3.59),

$$\frac{d^2}{dz^2} \ln \phi = -\gamma^2 - \left(\frac{d}{dz} \ln \phi \right)^2 \quad (3.60)$$

Procedendo as devidas substituições de ϕ e diferenciações, resulta na equação diferencial de 1ª ordem, não linear

$$\frac{dR}{dz} - \frac{1}{2}(1-R^2) \frac{d}{dz} \ln \gamma + 2i\gamma R = 0 \quad (3.61)$$

cuja forma é conhecida como equação diferencial de Ricatti (ref.[4]). Se for assumido que

$$\frac{1}{\gamma} \left| \frac{d}{dz} \ln \gamma \right| \ll 1 \quad (3.62)$$

ou seja, a variação de γ com a profundidade é pequena, (3.61) se reduz a

$$\frac{dR}{dz} = -2 i \gamma R \quad (3.63)$$

tendo como solução

$$R(z) = R(z_0) \exp \left[-2i \int_{z_0}^z \gamma dz \right] \quad (3.64)$$

que é conhecido como coeficiente de reflexão por aproximação de raios (apêndice A7 e hipótese da eq. 3.62 - Fig. 3.5).

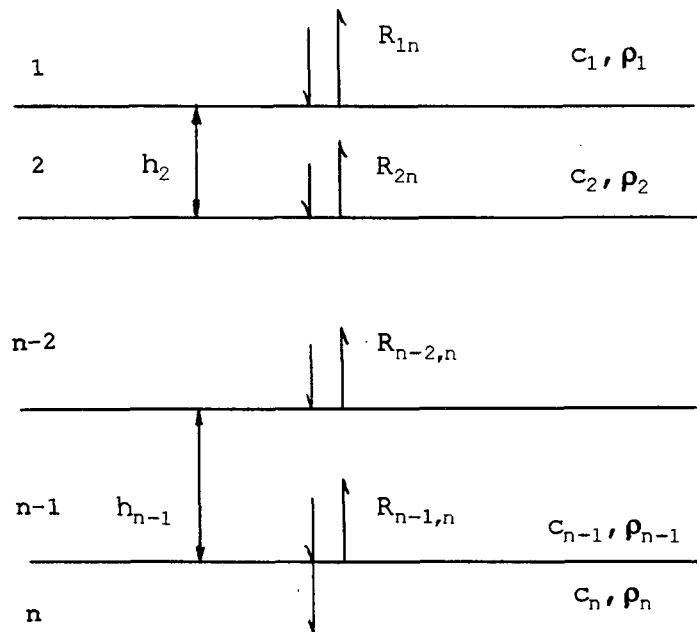


Figura 3.5 - Coeficiente de Reflexão Relativo.

Considerando γ constante para cada camada e aplicando o procedimento acima para o meio estratificado, com os limites de integração sendo as profundidades de cada interface de espessura h os coeficientes de reflexão são calculados por

$$\left. \begin{aligned} R_{12} &= R(h_1) \exp[-2i\gamma_1 h_1] \\ R_{23} &= R(h_2) \exp[-2i\gamma_2 h_2] \\ &\vdots \\ R_{nn+1} &= R(h_n) \exp[-2i\gamma_n h_n] \end{aligned} \right\} \quad (3.65)$$

Por outro lado, isolando R em (3.54) e com auxílio de (3.58),
obtem-se

$$R = \frac{i\gamma - \frac{d}{dz} \ln \phi}{i\gamma + \frac{d}{dz} \ln \phi} \quad (3.66)$$

Considerando que, a partir do ângulo crítico existe a condição de reflexão total, na qual as amplitudes das ondas incidente e refletida tem mesma magnitude ($|R| = 1$), porém, havendo apenas uma mudança de fase tal que

$$R = -|R| \exp[2i\alpha] \quad (3.67)$$

com

$$\alpha = \arctan \left[\gamma \left(\frac{d}{dz} \ln \phi \right)^{-1} \right] \quad (3.68)$$

De posse destas relações, mais eq. (3.61) e (3.62), a equação diferencial em α e sua solução ficam:

$$\frac{d\alpha}{dz} = -\gamma \quad (3.69)$$

$$\alpha = \int_{z_0}^z \gamma \, dz + \alpha_0 \quad (3.70)$$

e, como derivado para $R(z)$ em (3.64), obtêm-se as equações em α para as diversas camadas,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \gamma_1 h_1 + \alpha(h_1) \\ \alpha_2 &= \gamma_2 h_2 + \alpha(h_2) \\ &\vdots \\ \alpha_n &= \gamma_n h_n + \alpha(h_n) \end{aligned} \right\} \quad (3.71)$$

Estabelecendo as condições de continuidade da equação (3.57) nos contornos, de forma a obter uma relação entre as mudanças de fases

individuais em cada camada com referência a camada 1 (onde, geralmente, estão fonte e receptor), ou seja, determinar $R_{1,n+1}$, a mudança de fase total, para **reflexões imperfeitas**, será dada de acordo com o desenvolvimento seguinte:

- considerar $|R| = 1$ no contorno e aplicar a continuidade com $\alpha(h_i)$ e α_{i+1} . Assim,

$$\frac{\rho_i}{\gamma_i} \frac{1}{i} \left(\frac{\exp[i\alpha(h_i)] + 1 \exp[-i\alpha(h_i)]}{\exp[i\alpha(h_i)] - 1 \exp[-i\alpha(h_i)]} \right) = \frac{\rho_{i+1}}{\gamma_{i+1}} \frac{1}{i} \left(\frac{\exp[i\alpha_{i+1}] + 1 \exp[-i\alpha_{i+1}]}{\exp[i\alpha_{i+1}] - 1 \exp[-i\alpha_{i+1}]} \right) \quad (3.72)$$

$$\frac{\rho_i}{\gamma_i} \tan(\alpha(h_i)) = \frac{\rho_{i+1}}{\gamma_{i+1}} \tan(\alpha_{i+1}) \quad (3.73)$$

$$\alpha(h_i) = \arctan \left[\frac{\rho_{i+1}}{\rho_i} \frac{\gamma_i}{\gamma_{i+1}} \tan(\alpha_{i+1}) \right] \quad (3.74)$$

Aplicando o resultado acima às equações (3.71) e, fazendo a convenção de que $\alpha(h_i)$ e α_{i+1} estão no mesmo quadrante (não tem sentido uma diferença maior que $\pi/2$ de uma camada a outra), resulta, se a condição é $c_{n+1} > v > c_n \dots > c_1 > c_0$,

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \chi_{10} + \gamma_1 h_1 + \arctan[(\gamma_1 / \gamma_2) b_2 \tan \alpha_2] \\ \alpha_2 &= \gamma_2 h_2 + \arctan[(\gamma_2 / \gamma_3) b_3 \tan \alpha_3] \\ &\vdots \\ \alpha_i &= \gamma_i h_i + \arctan[(\gamma_i / \gamma_{i+1}) b_{i+1} \tan \alpha_{i+1}] \\ &\vdots \\ \alpha_n &= \gamma_n h_n + \chi_{n,n+1} \end{aligned} \right\} \quad (3.75)$$

onde

$$\chi_{n,n+1} = \arctan \left(\frac{\rho_{n+1}}{\rho_n} \frac{\gamma_n}{\gamma'_{n+1}} \right) \quad (3.76)$$

A última equação difere das demais pois utiliza-se uma aproximação para $\alpha_{n+1} = \pi/4$, um ângulo limite no qual a frente de onda ainda pode emergir à lâmina de água, em uma certa profundidade que depende do perfil de velocidade no espaço semi-infinito (matematicamente analisado na ref. [5], págs. 59 a 61 e apêndice 1, pág. 277).

Para v entre outros valores, por exemplo $c_{n+1} > c_n \dots > c_{i+1} > v > c_i \dots > c_0$, para os subscritos $j > i$, γ_i é trocado por γ'_i , de acordo com (3.32).

O termo χ_{10} foi introduzido, com as mesmas evidências mencionadas para $\chi_{n,n+1}$, por mera formalidade, visto que seu valor é insignificante em função da razão de densidades. Para números típicos $\gamma_1 \approx 0.2$, $\gamma_0 \approx 2.2$, $\rho_1 \approx 1000$ e $\rho_0 \approx 1.2$, este termo fica

$$\chi_{10} = \arctan(10^{-4}) \approx 0$$

A equação característica é obtida mediante a imposição de condições de contorno. Uma onda propagando-se em única camada de espessura h , quando sofre **reflexão perfeita**, a variação total de fase está relacionada ao percurso dessa onda. Pela figura 3.6, este valor é $2hK \cos \theta = 2\gamma h$. Mas esta é, justamente, a variação de fase computada pelo coeficiente de reflexão da equação (3.65) e (3.67) e, portanto

$$2\alpha = 2\gamma h, \quad (3.77)$$

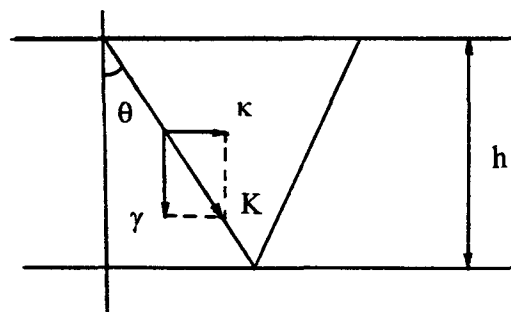


Figura 3.6 - Mudança de Fase em Uma Camada.

que é um resultado particular da equação (3.75) para a simplificação acima citada. Finalmente, para definir as condições de obtenção de parâmetros relevantes à propagação, analisa-se dois casos: - Caso 1 - Considerando as interfaces como nós de pressão (fig.3.7a) e utilizando as equações de deslocamento potencial (3.38) e (3.41), a pressão sendo dada por $P = \omega^2 \rho \xi$ obtem-se

$$\xi = (A \operatorname{sen} \gamma z + B \cos \gamma z) \cdot R(r) \cdot T(t)$$

$$P(z = 0) = 0 \Rightarrow \xi = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$P(z = h) = 0 \Rightarrow \gamma h = m\pi$$

Caso 2 - Considerando a interface $z = h$ como um máximo de pressão (nó de velocidade de partícula - fig.3.7b), resulta

$$\gamma h = (m - 1/2)\pi$$

onde m é o número do modo.

Relacionando as equação (3.75) e (3.77), conclui-se que a equação característica é, para os casos considerados acima, respectivamente

$$\alpha = m\pi \quad (3.78a)$$

$$\alpha = (m - 1/2)\pi \quad (3.78b)$$

A resolução conjunta das equações (3.75) e (3.78a ou b) determinam funções contínuas $\omega(k)$ (curvas tracejadas na figura 3.8). São dois os procedimentos que podem ser conduzidos:

- Mantendo $v = \omega/\kappa = \text{cte}$, determina-se as possíveis frequências para um "raio" (modo), ou seja, os comprimentos de onda que satisfazem a condição de interferência para esta direção escolhida.

- Fazendo $\omega = \text{cte}$, determina-se as constantes de propagação de cada modo na faixa dinâmica estabelecida pelas frequências de corte ($c_{n+1} < v < c_1$).

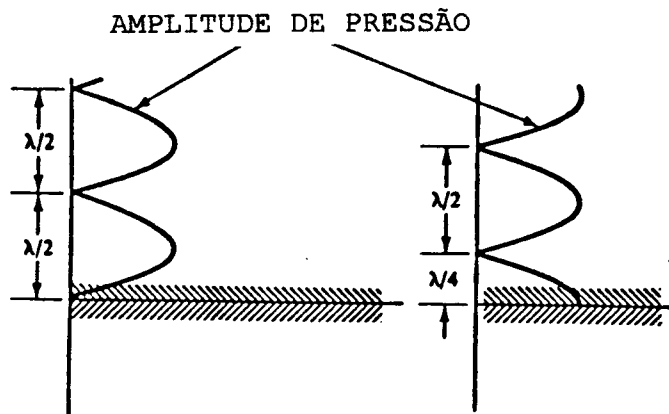


Figura 3.7 - Possíveis Distribuições de Pressão na Vertical.

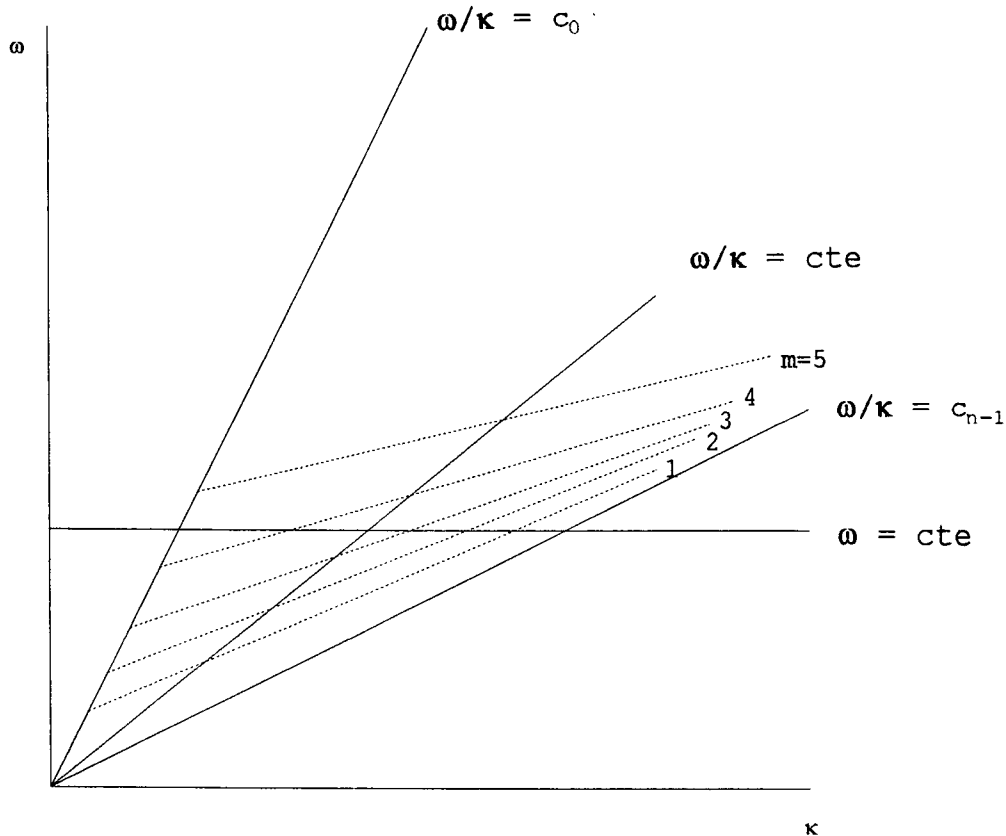


FIG. 3.8 - Obtenção das Constantes Modais.

3.5 APROXIMAÇÕES E EFEITOS DE RESSONÂNCIA.

O objetivo das aproximações abaixo apresentadas é de simplificar as equações para α_1 , tornando a resolução numérica mais rápida, muito importante quando vários modos são excitados. Outra vantagem é obtida com este tratamento à lâmina de água : são identificadas frequências de ressonância e anti-ressonância, que definem pontos nas curvas de dispersão (velocidade de fase e grupo). Na resolução do modelo completo, certa região destas curvas apresentam descontinuidades provocadas pelo cálculo de alguns parâmetros próximos a interface. Nesta regiões, a escolha do intervalo em frequência altera a forma da curva e o procedimento simplificado elimina este problema.

O conjunto de equações (3.75) será substituído por uma solução média da forma

$$\bar{\alpha}_1 = \chi_{10} + \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i + \chi_{n,n+1} \quad (3.79)$$

de acordo com a faixa de velocidade de fase (v) utilizada e com a equação característica sendo obedecida. Tendo em vista a convenção de quadrantes mencionada no item anterior, a solução geral oscila em torno da linha reta (3.79). O próximo passo é dividir o meio estratificado em número de conjunto de camadas, tendo em vista que a razão principal de aplicar este tipo de modelo, está no contraste de impedâncias entre as faixas horizontais do modelo. Portanto, se for possível identificar uma interface $z = z_1$, na qual exista a condição de reflexão total bem definida, e esta interface, possa ser considerada um nó de pressão ou nó de velocidade de partícula, haverá dois conjuntos de equações que caracterizarão duas lâminas estratificadas, sendo que uma delas ($z > z_1$) contém um espaço semi-infinito ($n+1$). Estas seções serão tratadas

independentemente, sem que se transponha qualquer condição de contorno em $z = z_i$. Desta forma, para $-\infty < z < z_i$, as seguintes equações são verificadas:

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \chi_{10} + \gamma_1 h_1 + \arctan[(\gamma_1 / \gamma_2) b_2 \tan \beta_2] \\ \beta_2 &= \gamma_2 h_2 + \arctan[(\gamma_2 / \gamma_3) b_3 \tan \beta_3] \\ &\vdots \\ \beta_i &= \gamma_i h_i \end{aligned} \right\} \quad (3.80)$$

ou

$$\bar{\beta}_1 = \chi_{10} + \sum_{j=1}^i \gamma_j h_j \quad (3.81)$$

Para $z_i < z < \infty$, as equações são

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{i+1} &= \gamma_{i+1} h_{i+1} + \arctan[(\gamma_{i+1} / \gamma_{i+2}) b_{i+2} \tan \alpha_{i+2}] \\ &\vdots \\ \alpha_n &= \gamma_n h_n + \chi_{n,n+1} \end{aligned} \right\} \quad (3.82)$$

ou

$$\bar{\alpha}_{i+1} = \sum_{j=i}^n \gamma_{j+1} h_{j+1} + \chi_{n,n+1} \quad (3.83)$$

Duas situações são possíveis na resolução das seções acima : a primeira, quando a interface $z = z_i$ comporta-se como um nó de pressão, uma grade de pontos denominada grade A (pontos A_{np} - fig.3.9) é calculada, utilizando as equações características de forma semelhante a (3.78a),

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= p\pi \\ \alpha_{i+1} &= n\pi \end{aligned} \right\} \quad (3.84)$$

Quando $p + n = m$, a solução deste sistema leva, também, a solução do sistema (3.79), denominada solução média, que serve de aproximação ou valores de referência para a solução completa (3.75). No capítulo 5, a comparação entre resultados experimentais da literatura e cálculos de (3.75) e (3.79), confirmarão estas afirmações.

A segunda situação, quando a interface $z = z_i$ se comporta como um nó de velocidade de partícula (pressão máxima), definem-se pontos da grade B (pontos B_{np} - fig.3.9), através das equações características

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= (p - 1/2)\pi \\ \alpha_{i+1} &= (n + 1/2)\pi \end{aligned} \right\} \quad (3.85)$$

Novamente, as soluções deste sistema são as mesmas do sistema médio se $m = p + n$.

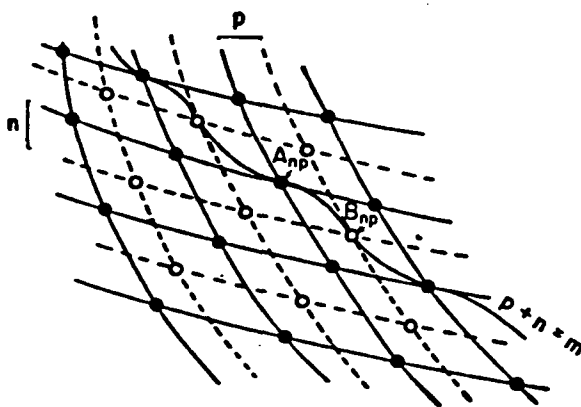


Figura 3.9 - Pontos das Grades A e B.

3.6 RESOLUÇÃO DE CONSTANTES PARA AS GRADES A e B.

Após a separação da lâmina de água em duas seções, como explanado no ítem anterior, a aplicação das condições, agora, determinarão as constantes relativas as autofunções em z , de acordo com o sistema de equações simultâneas (3.48a e b) em A_i e B_i , derivadas a partir da continuidade de pressão e deslocamento de partícula. Para a grade A, mediante 3.38 a 3.41,

$$p = -\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \omega^2 \rho \xi \quad p(z = 0) = 0; \quad .$$

$$\text{Então,} \quad B_i = B_{i+1} = 0 \quad (3.86)$$

$$\text{e} \quad A_{i+1} = (\gamma_i / \gamma_{i+1}) A_i. \quad (3.87)$$

Uma análise de parâmetros mostra que, se $v > c_{i+1} > c_i$ obtem-se de 3.43a, $\gamma_{i+1} < \gamma_i$, o que implica que $A_{i+1} > A_i$. Fazendo a relação de pressões máximas verticais entre as duas seções, resulta

$$\frac{p_{i+1}}{p_i} = \frac{\omega^2 \rho_{i+1} \xi_{i+1}}{\omega^2 \rho_i \xi_i} = \frac{\omega^2 \rho_{i+1} A_{i+1}}{\omega^2 \rho_i A_i} = b_{i+1} \frac{A_{i+1}}{A_i} \quad (3.88)$$

A relação entre máximas velocidades de partícula, indica, na vertical,

$$\frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{\nabla(\partial \xi_{i+1} / \partial t)}{\nabla(\partial \xi_i / \partial t)} = \frac{i\omega(\partial \xi_{i+1} / \partial z)}{i\omega(\partial \xi_i / \partial z)} = \frac{-A_{i+1} \gamma_{i+1}}{-A_i \gamma_i} = 1 \quad (3.89)$$

e na horizontal

$$\frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{\nabla(\partial \xi_{i+1} / \partial t)}{\nabla(\partial \xi_i / \partial t)} = \frac{i\omega(\partial \xi_{i+1} / \partial r)}{i\omega(\partial \xi_i / \partial r)} = \frac{A_{i+1} \kappa}{A_i \kappa} = \frac{A_{i+1}}{A_i} \quad (3.90)$$

Esta análise mostra uma concentração de energia na camada $(i+1)$ cujos termos são dominantes nas equações genéricas, nos pontos da grade A, tanto maior quanto $v \rightarrow c_{i+1}$ ($\gamma_{i+1} \rightarrow 0$).

Para a grade B (um nó de velocidade de partícula na vertical), as equações (3.48a e b), fornecem:

$$u(z = 0) = 0; \quad u = i\omega(A_i\gamma_i \cos \gamma_i z - B_i\gamma_i \sin \gamma_i z)$$

$$\Rightarrow A_i = A_{i+1} = 0 \quad (3.91)$$

$$B_{i+1} = \frac{1}{b_{i+1}} B_i \quad (3.92)$$

Uma análise semelhante àquela feita para a grade A, mostra que

$$\frac{p_{i+1}}{p_i} = \frac{\omega^2 \rho_{i+1} \xi_{i+1}}{\omega^2 \rho_i \xi_i} = \frac{\omega^2 \rho_{i+1} B_{i+1}}{\omega^2 \rho_i B_i} = b_{i+1} \frac{B_{i+1}}{B_i} = 1 \quad (3.93)$$

A relação entre máximas velocidades de partícula, indica, na vertical,

$$\frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{\nabla(\partial \xi_{i+1}/\partial t)}{\nabla(\partial \xi_i/\partial t)} = \frac{i\omega(\partial \xi_{i+1}/\partial z)}{i\omega(\partial \xi_i/\partial z)} = \frac{-B_{i+1}\gamma_{i+1}}{-B_i\gamma_i} = \frac{\gamma_{i+1}}{\gamma_i b_{i+1}} \quad (3.94)$$

e na horizontal

$$\frac{u_{i+1}}{u_i} = \frac{\nabla(\partial \xi_{i+1}/\partial t)}{\nabla(\partial \xi_i/\partial t)} = \frac{i\omega(\partial \xi_{i+1}/\partial r)}{i\omega(\partial \xi_i/\partial r)} = \frac{B_{i+1}\kappa}{B_i\kappa} = \frac{1}{b_{i+1}} \quad (3.95)$$

Quando $v \rightarrow c_{i+1}$ ($\gamma_{i+1} \rightarrow 0$), a velocidade de partícula na vertical tende a zero. O parâmetro principal que contrabalança as razões de energia entre as camadas é b_{i+1} (razão de densidades) e a espessura da camada $(i+1)$ com relação a sua profundidade.

A conclusão final, tendo como base as razões de amplitudes máximas de pressão, é que os pontos da grade A, tanto quanto a velocidade de fase (v) se aproxima da velocidade do som c_{i+1} , determinam o comportamento do campo acústico, isto é, os modos da lâmina completa estão fortemente acoplados aos modos livres da seção independente ($i+1$) e o meio espaço ($i+2$). As curvas de dispersão da lâmina completa tendem a seguir o resultado do modelo simplificado.

Para a grade B, o forte acoplamento dos modos com a camada (i) somente se verifica se o fator de dominância b_{i+1} é muito grande e a espessura da camada ($i+1$) é pequena (concentração de energia na camada i). As curvas de dispersão do modelo completo, para este caso, podem divergir daquelas do modelo simplificado, mas serão uma boa aproximação. No capítulo 5, são mostradas as tendências das curvas acima mencionadas, indicando que os pontos da grade A estão relacionados com velocidades de grupo máximas (apêndice A3) (efeitos de anti-ressonância) e os pontos de grade B indicam velocidades de grupo mínimas (fase de Airy - efeitos de ressonância) para os diversos modos. Estes efeitos são, teoricamente, mais pronunciados em alta frequência ($v \rightarrow c_{i+1}$), mas a aplicação das simplificações explanadas a modos mais baixos, apresenta resultados satisfatórios, como será comprovado adiante.

3.7 CAMPO DE PRESSÃO PARA FONTE HARMÔNICA.

Este tipo de fonte é comumente utilizada em experimentos no oceano. As derivações da equação diferencial do movimento e da onda em coordenadas cilíndricas formarão a base de cálculo do campo de pressão em lâminas de água estratificadas. Este será obtido pela soma das contribuições dos diversos modos verticais. Algumas hipóteses e

manipulações são indicadas durante o desenvolvimento e muita das partes componentes do corpo principal do trabalho estão distribuídas nos apêndices para aumentar o número de informações e o grau de detalhamento.

Em primeiro lugar, supõe-se que os modos radiais de uma superfície cilíndrica se expande até o infinito e obtém-se o resultado semelhante ao caso de uma sala onde suas paredes são deslocadas e a diferença entre os autovalores torna-se cada vez menor, tendendo a zero quando a distância vai ao limite (apêndice A2). Então

$$\int_0^{\infty} J_0^2(\kappa_1 r) \cdot r dr = \int_0^{\infty} J_1^2(\kappa_1 r) \cdot r dr = \frac{1}{\kappa dk} \quad (3.95)$$

Resolvendo (3.34) onde $dV = r dr d\theta dz$ com (3.31), (3.38) e (3.39), têm-se:

$$m_i = \rho \int_0^{\infty} J_1^2(\kappa r) \cdot \frac{\omega^2}{c^2} r dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\infty}^{+\infty} Z^2(z) \cdot dz \quad (3.96)$$

$$m_i = \frac{2\pi\rho}{\kappa dk} \frac{\omega^2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} Z^2(z) dz == \frac{2\pi\rho}{\kappa dk} \frac{\omega^2}{c^2} I_{z2} \quad (3.97)$$

Agrupando (3.31) e (3.36) com o resultado acima e procedendo o somatório dos modos, segue que o deslocamento potencial total é dado por

$$\xi = \sum \xi_i = \sum \psi_i \cdot p_i \quad (3.98)$$

$$p_i = \frac{B}{m_i} \lambda_0 \nabla^2 \{\psi\} \Big|_0 \frac{e^{i\omega_0 t}}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (3.36)$$

$$\psi_i = J_0(\kappa r) \cdot Z_i(z), \quad \text{com} \quad \psi_{r=0} = Z(z_0) \quad (3.99)$$

$$\xi = B \sum \lambda_0 \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{I_{z2}} \frac{e^{i\omega_0 t}}{(\omega^2 - \omega_0^2)} Z(z) \cdot Z(z_0) \cdot J_0(\kappa r) \kappa d\kappa \quad (3.100)$$

A integral em κ é imprópria e, para resolvê-la, lança-se mão de uma mudança no sistema de coordenadas com o caminho de integração como na figura 3.10, com o objetivo de torná-la convergente. Analiza-se o comportamento do integrando no plano complexo supondo que o autovalor $\kappa = \kappa_0$ tem um pequeno amortecimento sendo deslocado ao quarto quadrante, tornando-se $\kappa = \kappa_0 - i\varepsilon$, $\varepsilon > 0$, o que é verdade se se observa a solução das raízes s do problema geral de autovalores (eq.3.9).

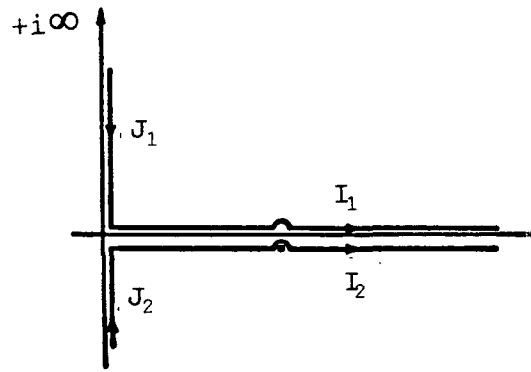


Figura 3.10 - Caminhos de Integração.

A integral fica:

$$I = \int_0^\infty J_0(\kappa r) \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \kappa d\kappa = \frac{1}{2} [I_1 + I_2] \quad (3.101)$$

onde, pela expansão assintótica

$$H_0^{1/2}(\kappa r) = J_0(\kappa r) \pm iY_0(\kappa r) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi\kappa r}} \cdot e^{\pm i(\kappa r - \frac{\pi}{4})}, \quad \kappa r \gg 1. \quad (3.102)$$

Então, a integral resulta em

$$I = \frac{1}{2} \int_0^\infty [H_0^{(1)}(\kappa r) + H_0^{(2)}(\kappa r)] \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \kappa d\kappa \quad (3.103)$$

$$\text{Assim, se } \begin{cases} \kappa = iu & u \rightarrow \infty \Rightarrow H_0^{(1)}(\kappa r) \rightarrow 0 \\ \kappa = -i\infty & \Rightarrow H_0^{(2)}(\kappa r) \rightarrow 0, \end{cases}$$

a integral ao longo da linha 1 fica

$$I_1 = -L_1 = \int_0^{i\infty} H_0^{(1)}(\kappa r) \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \kappa d\kappa = -\int_0^\infty H_0^{(1)}(\kappa r) \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} u du \quad (3.104)$$

Ao longo da linha 2, existe um pólo de ordem 2 em $\kappa = \kappa_0$ (apêndice A1), e o resultado da integração é

$$\begin{aligned} I_2 &= -i2\pi \text{Re} + \int_0^{-i\infty} H_0^{(2)}(\kappa r) \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \kappa d\kappa \\ &= -i2\pi \text{Re} - \int_0^\infty H_0^{(2)}(-iur) \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} u du \end{aligned} \quad (3.105)$$

onde Re é o resíduo do pólo ou a soma dos resíduos de vários pólos. Pela eq. (3.102) tira-se que $H_0^{(2)}(-iur) = -H_0^{(1)}(iur)$ e o resultado de (3.101) fica

$$I = -i\pi \text{Re} \quad (3.106)$$

sendo Re dado pelo apêndice A1,

$$\text{Re} = H_0^{(2)}(\kappa_0 r) \frac{C(\omega_0, \kappa_0) \cdot \kappa_0}{2\omega_0 \left(\frac{\partial \omega}{\partial \kappa} \right) \Big|_0} \quad (3.107)$$

A composição do deslocamento potencial requer, ainda, algumas manipulações desenvolvidas em apêndices como indicado. Das equações derivadas da razão de transporte de energia (apêndice A3), comprova-se que

$$\sigma_i U_i v_i = v_i \quad (3.108)$$

sendo $v_i = \omega/\kappa_i$, $U_i = \partial\omega/\partial\kappa$ e $I_{z2}/\omega^2 = \sigma_i$.

A constante B é obtida por meio da solução clássica para fonte considerada um monopólo (apêndice A9), ou seja

$$B = \frac{2}{\omega_0^2} \left(\frac{2\pi c_0 W}{\rho_0} \right)^{1/2} \quad (3.109)$$

Finalmente, utilizando a aproximação assintótica para a função de Hankel, o deslocamento potencial fica assim representado:

$$\xi = -i \frac{4\pi^2}{\omega^2} \cdot (\rho_0 c_0 W)^{1/2} \sum_i Z_i(z) \cdot Z_i(z_0) \cdot \frac{e^{-i(\kappa r - \omega t - \pi/4)}}{v_i \sqrt{\kappa_i r}} \quad (3.110)$$

O campo de pressão em termos do deslocamento potencial é dado como segue:

$$p = -\rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \rho \omega^2 \xi$$

$$p = -i \frac{4\pi^2}{\sqrt{r}} \rho \cdot (\rho_0 c_0 W)^{1/2} \sum_i Z_i(z) \cdot Z_i(z_0) \cdot \frac{e^{-i(\kappa r - \omega t - \pi/4)}}{v_i \sqrt{\kappa_i}} \quad (3.111)$$

ou

$$p = -i \frac{1}{\sqrt{r}} \rho \sum_i P_i \cdot e^{-i(\kappa r - \omega t - \pi/4)} \quad (3.112)$$

$$P_i = P e x_i \frac{1}{\rho_s} Z_i(z) \cdot Z_i(z_0) \quad (3.113)$$

$$P_{ex_i} = 4\pi^2(\rho_0 c_0 W)^{\frac{1}{2}} \frac{\rho_f}{v_i \sqrt{\kappa_i}} \quad (3.114)$$

onde P_{ex_i} é a função excitação para o modo i . No apêndice A4 obtêm-se a pressão RMS das i ondas de mesma frequência ω_0 , mas de diferentes números de ondas κ_i :

$$P_{rms} = \frac{\rho}{\sqrt{2r}} \left[\left(\sum_i P_i \sin(\kappa r - \pi/4) \right)^2 + \left(\sum_i P_i \cos(\kappa r - \pi/4) \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.115)$$

No capítulo 5 são apresentados gráficos utilizando esta expressão para representar o campo acústico e a comparações com dados medidos e também os resultados de outros modelos.

3.8 ATENUAÇÃO MODAL.

Vários mecanismos do ambiente submarino são responsáveis pela atenuação das ondas sonoras. Dentre estes cita-se, o espalhamento devido as ondulações da superfície (interface ar-água), irregularidades da topografia do fundo, a natureza porosa de alguns sedimentos não consolidados (mistura de água e sedimentos), efeitos termoelásticos, atenuação de volume, e outros. Estes efeitos, ainda, podem variar com a distância, dificultando a definição precisa de um coeficiente. Porém, para longos trajetos, é coerente introduzir, no cálculo do campo de pressão, um fator que abrange o somatório de todos os mecanismos de dissipação de energia acústica. Este fator pode ser considerado como um componente imaginário do número de onda horizontal (ver neste capítulo, eq. (3.9)), κ , ou seja,

$$\kappa = k + i\delta \quad (3.116)$$

Resultados publicados em estudos de águas rasas indicam que δ é da ordem de 10^{-3} m^{-1} e, desta forma, a introdução do número de onda modificado na equação característica pouco afetará a obtenção das suas raízes. Outra forma de abordagem considera, principalmente, os efeitos da atenuação no coeficiente de reflexão, devido a um sedimento dissipativo. Assim, o módulo deste coeficiente difere daquele estipulado como unitário (eq. 3.67) na derivação das equações características. Então,

$$|R| = 1 - \varepsilon \quad \varepsilon \ll 1 \quad (3.117)$$

onde ε é o descréscimo de amplitude de uma reflexão simples de onda plana. Considerando a distância entre sucessivas reflexões para um determinado ângulo de incidência θ , dado por $2h \tan \theta$ (fig. 3.2), o diferencial de pressão por unidade de distância fica

$$\Delta p = - \frac{\varepsilon}{2h \tan \theta} p \quad (3.118)$$

Manipulando e integrando, resulta que

$$\frac{\Delta p}{p} = - \frac{\varepsilon}{2h \tan \theta} \quad (3.119)$$

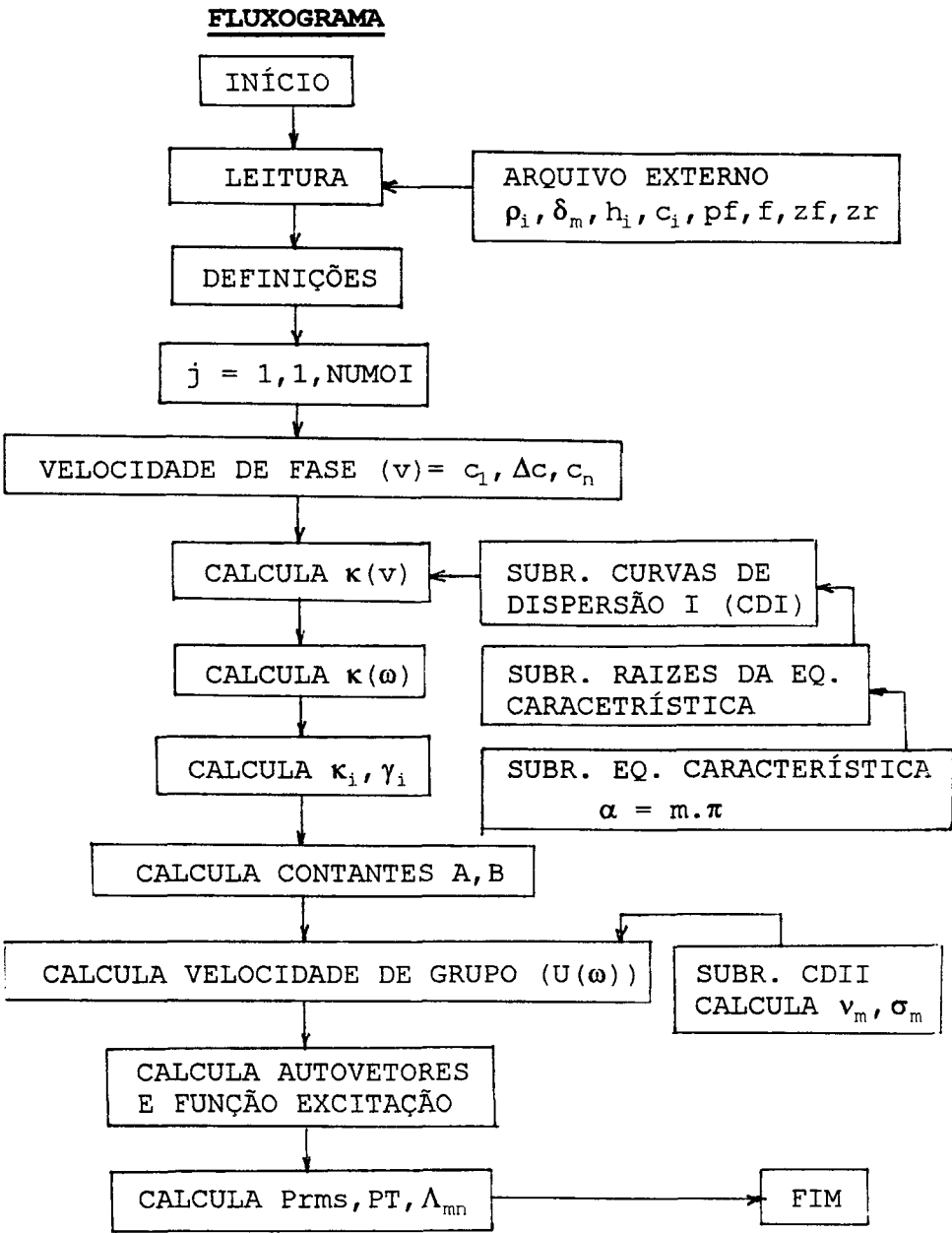
$$p = p_0 \exp[-\delta r] \quad (3.120)$$

$$\delta = \frac{\varepsilon}{2h \tan \theta} \quad (3.121)$$

Conclui-se que é compatível multiplicar a eq.(3.112) por $\exp[-\delta_m r]$, que representa um fator de perda global para cada modo e, a expressão final para o campo de pressão RMS fica

$$p_{rms} = \frac{\rho}{\sqrt{2r}} \left[\left(\sum_i P_i e^{-\delta_m r} \sin(\kappa r - \pi/4) \right)^2 + \left(\sum_i P_i e^{-\delta_m r} \cos(\kappa r - \pi/4) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.122)$$

Abaixo, apresenta-se o fluxograma dos cálculos que possibilita a obtenção das curvas e quantidades a serem analisadas no capítulo 5.



ACÚSTICA DE RAIOS

4.1 INTRODUÇÃO.

Os raios acústicos são representações do caminho que a frente de onda percorre a partir da fonte, no caso, em ambiente marinho. São linhas perpendiculares a esta frente de onda que definem a direção do fluxo de energia. De uma maneira simples, a quantidade de raios com separação constante é um indicativo da intensidade acústica, ou seja, para ondas planas, quanto mais espaçados, carregam menos energia.

Muito importante é caracterizar o ambiente onde se deseja representar a propagação do som através da acústica de raios. Num meio homogêneo e sem contornos, uma fonte pontual irradiando a energia acústica igualmente em todas as direções, a propagação será representada por raios igualmente espaçados em ângulos e com trajetórias lineares (direção radial - fig. 4.1a). A potência acústica é proporcional ao número de raios que partem da fonte. A uma determinada distância, o número de raios por unidade de área (esférica), fornece a intensidade acústica naquele ponto. Neste ambiente, então, como a área aumenta na razão $1/R^2$ a distância R , têm-se a lei de propagação esférica, ou seja, a energia se propaga a mesma razão em todas as direções.

Num meio não-homogêneo e com contornos, as simplificações acima não são aplicáveis. Neste caso, para a mesma fonte irradiando uniformemente, os raios apenas partem com igual angulação, mas a medida que se distanciam da fonte, haverá diferentes razões de propagação nas

diferentes direções (fig. 4.1b). Portanto, os pontos de igual fase formam uma superfície não esférica e os raios, sempre normais a frente de onda, determinam centros de curvatura variáveis ao longo do caminho que percorrem. Apesar destas complicações, é possível calcular a intensidade acústica em função da densidade de raios sobre a superfície de propagação. A visualização do campo de pressão e o cálculo da perda de transmissão é obtida mediante um software de traçado de raios.

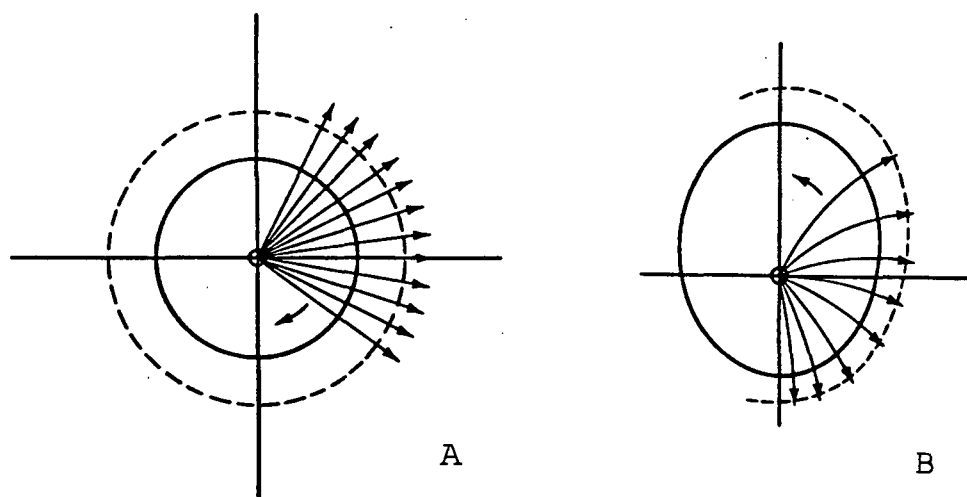


Figura 4.1 - Representação da Frente de Onda por Acústica de Raios

O traçado ou diagrama de raios determina qual a faixa de ângulos específicas do campo próximo ou distante, bem como a distribuição das diversas "famílias" de raios que têm tratamento diferenciado no cálculo da perda de transmissão. Indicam, também, a formação dos denominados "cáusticos" que são, de uma forma simples, o cruzamento de raios que estão sujeitos a aproximações do perfil de velocidade do som.

Os modelos baseados no traçados de raios são, de uma maneira geral, comumente utilizados em faixa de alta frequência e em oceanos

profundos, onde existem pronunciadas mudanças no perfil de velocidades do som. A justificativa é que a solução da equação de Helmholtz, separada em componentes de amplitude e fase, assume que a primeira varia mais suavemente com a posição que a segunda (aproximação de alta frequência). Apesar disto, correções introduzidas ao modelo permitem o estudo das baixas frequências. É possível modelar lâminas de água que têm dependência em distância a partir modelos de acústica de raios devidamente adaptados para este fim.

Para se ter uma idéia da complexidade do assunto, na referência [6], o modelo foi desenvolvido por uma equipe muito bem estruturada, que pesquisaram três anos para chegar ao resultado final. O modelo é explanado neste capítulo. Existe um bloco simplificado que analisa a propagação em águas rasas, mas a pesquisa bibliográfica mostra que GARON [29] aperfeiçoou o programa, dirigindo-o especificamente para águas continentais. Isto reflete que a perfeita compreensão dos problemas de acústica submarina necessitam de tempo e pessoal especializado, bem como intercâmbio das instituições de pesquisa.

4.2 DESENVOLVIMENTO DO DIAGRAMA DE RAIOS.

A propagação acústica no oceano é governada pela equação da onda. Como forma de aproximar soluções teóricas da solução exata, a técnica do traçado de raios é uma poderosa ferramenta e muito utilizada nas últimas décadas. Traça-se o diagrama de raios e neste, identificam-se os caminhos que percorrem as frentes de ondas, calculam-se as intensidades parciais de conjuntos de raios e somam-se estas para obter o campo sonoro total. A derivação das equações utilizadas no programa de traçados de raios toma como base uma região na qual existe um gradiente

de velocidade do som. Para modelar uma lâmina de água completa, divide-se a profundidade em segmentos onde é possível ajustar o tipo de perfil acima a condição real do oceano. Esta lâmina será, como no modelo de modos normais, estratificada, hipótese esta que é muito utilizada em trabalhos práticos (Fig. 4.2). A consequência direta é a forma de análise no cálculo da perda de transmissão como será apresentado adiante. Não se considera a variação dos parâmetros ambientais com a distância.

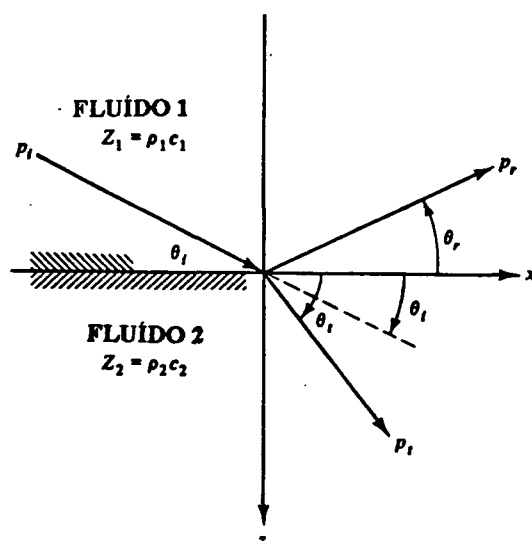
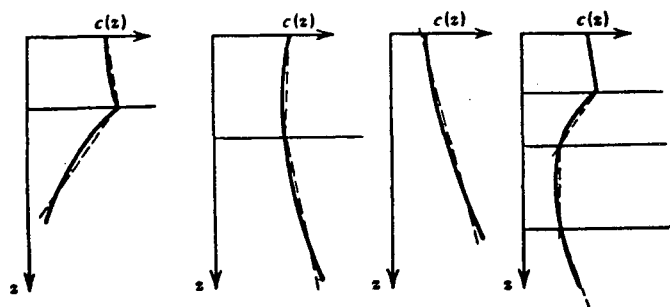


Figura 4.2 - Ajustes de Perfis
de Velocidade do Som e Modelagem

do Ambiente

Figura 4.3 - Refração Discreta

Na interface entre dois ambientes com diferentes velocidades do som (constantes), o caminho percorrido pelos raios é linear, com mudanças discretas na direção (refração - fig. 4.3). Com um gradiente constante de velocidade do som, o ângulo do raio com a horizontal varia continuamente. Tomando, por exemplo, uma modelagem semelhante a figura 4.2, com $j+1$ interfaces, representa-se a profundidade de cada uma destas como

$$z_j = \sum_{l=1}^{l=j} h_l, \quad \text{com} \quad z_0 = 0 \quad (4.1)$$

Para um ponto qualquer i , a velocidade do som em relação a referência na interface c_{0j} será

$$c(z_i) = c_{0j} + g_j(z_i - z_j) \quad (4.2)$$

onde

$$g = \frac{dc}{dz} \quad (4.3)$$

Para uma camada qualquer, dois pontos arbitrários 1 e 2, a lei de Snell determina que

$$\frac{\cos(\theta_1)}{c(z_1)} = \frac{\cos(\theta_2)}{c(z_2)} \quad (4.4)$$

Alguma simplificação pode ser conseguida quando a inclinação do raio atinge 0° . Toma-se este ponto como referência e, então, diz-se que, em um ponto do meio, o ângulo que o raio faz com a horizontal é o inverso do cosseno da razão entre a velocidade local e a velocidade onde a inclinação do raio é nula ($\cos(\theta) = 1$). Por exemplo, em relação ao ponto t no topo da figura 4.4a,

$$\theta_i = \arccos\left(\frac{c(z_i)}{c(t)}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{c(z_i)}{c(t)} = \cos(\theta_i) \quad (4.5)$$

A relação continua entre a mudança na direção com a variação da velocidade do som é obtida derivando-se a equação acima com o auxílio de (4.3), ou seja,

$$\frac{1}{c(t)} \frac{dc(z_i)}{d\theta} = -\sin(\theta_i)$$

$$\frac{g \cdot dz}{c(t)} = -\sin(\theta_i) \cdot d\theta \quad (4.6)$$

$$\frac{g \cdot dz}{c(t)} = -\sin(\theta_1) \cdot d\theta \quad (4.6)$$

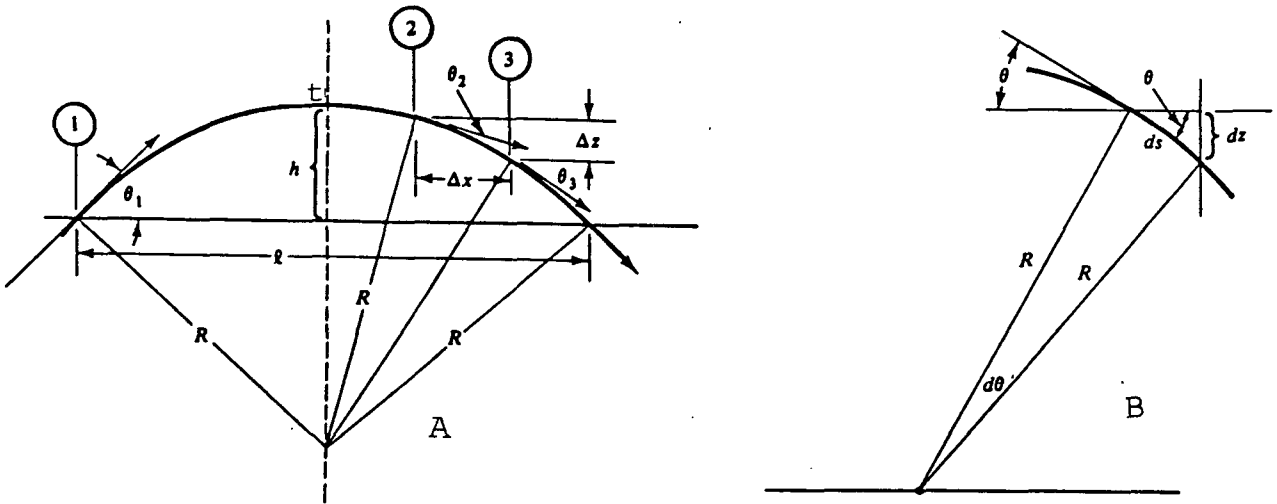


Figura 4.2 - Relações Geométricas do Traçado de Raios.

Por outro lado, verifica-se que um ponto percorrendo uma trajetória circular de raio de curvatura R, terá as seguintes relações baseadas na geometria da figura 4.2 :

$$\left. \begin{array}{l} dr = R d\theta \\ \sin(\theta) = \frac{dz}{dr} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{dz}{R} = \sin(\theta) \cdot d\theta \quad \text{ou} \quad dz = R \sin(\theta) \cdot d\theta \quad (4.7)$$

Igualando (4.7) com (4.6) resulta

$$-\frac{g dz}{c(z_1)} = \frac{dz}{R} \Rightarrow R = -\frac{c(z_1)}{g} \quad (4.8)$$

ou por (4.5),

$$R = -\frac{c(z)}{g \cos(\theta)} \quad (4.9)$$

Da equação acima, determina-se que $g < 0$ (velocidade do som diminuindo com a profundidade), o raio de curvatura é positivo e, por convenção, a concavidade da curva descrita pela frente de onda está voltada para baixo e vice-versa.

Estas equações estão derivadas para uma determinada camada. Na composição do software, um diagrama de fluxo indica como manipular as referências de forma a tornar genérico o caminho percorrido pelo raio acústico. Mais algumas relações são importantes no diagrama da figura 4.2. Uma análise superficial demonstra que

$$h = R(\cos(\theta) - \cos(\theta_1)) = R(1 - \cos(\theta_1)) \quad (4.10)$$

$$\Delta z_{23} = R(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_3)) \quad (4.11)$$

$$\Delta x_{23} = R(\sin(\theta_3) - \sin(\theta_2)) \quad (4.12)$$

4.3 MODELAGEM ACÚSTICA.

Duas considerações iniciais devem ser feitas a respeito da acústica de raios:

1 - Como se comporta o oceano e quais as hipóteses levantadas para a sua modelagem.

2 - Identificar os diferentes conjuntos de raios relevantes ao cálculo da perda de transmissão.

A seguir, estes dois itens são abordados e, no final do capítulo, descreve-se a propagação em águas rasas por esta técnica.

4.3.1 O MODELO DO OCEANO.

O oceano é considerado estratificado em camadas com diferentes gradientes de velocidade do som, positivos ou negativos mas constantes, e espessuras dadas em função do ajuste do perfil real. O fundo e a superfície são modelados como refletores, sendo o primeiro com uma atenuação dada de acordo com o ângulo de incidência, e o segundo, provocando uma mudança de fase de 180° nos raios. Na realidade, deve-se considerar ainda, as perdas provocadas pela absorção e reflexão nas interfaces, as quais podem ser calculadas por modelos independentes, entrando como resultados intermediários aos modelos mais gerais, como mencionado no capítulo 02.

Outra análise necessária diz respeito a ocorrência de pontos ou superfícies de cruzamento de raios, caracterizados pela convergência dos mesmos. Uma vez que, pela teoria clássica da acústica de raios, a intensidade é proporcional ao espalhamento ou divergência, nestes locais, são calculadas intensidades infinitas, geralmente acompanhadas de regiões de silêncio. São os cáusticos. Três tipos são identificados:

- Cáusticos suaves.
- Cáusticos pontuais.
- Combinações de cáusticos suaves e pontuais.

Os cáusticos suaves são envelopes da família de raios da figura 4.5, no qual dois deles se cruzam em cada ponto, sendo o limite entre a região excitada acusticamente, cuja teoria revela que a intensidade tem um valor máximo neste local, e a região de silêncio, onde a energia é exponencialmente atenuada. Geralmente, um cáustico suave termina num cáustico pontual.

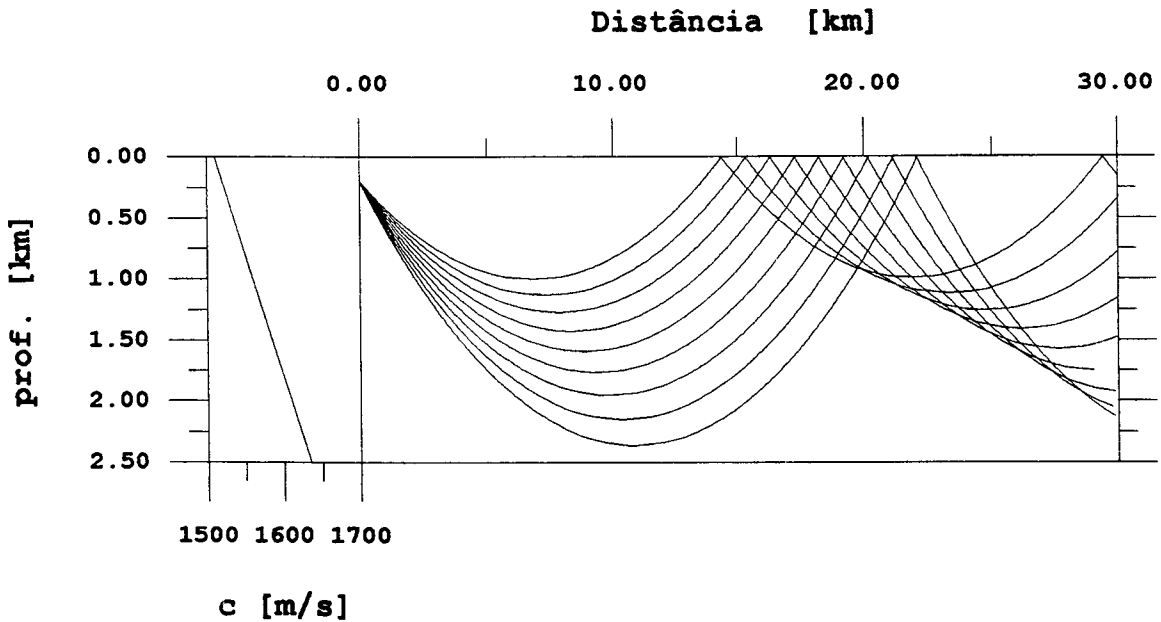


FIG. 4.5 - Traçado de raios para identificação de cáustico suave, com $z_f = 0.2\text{km}$, $-21^\circ \leq \theta \leq -13^\circ$, $\Delta\theta = 1^\circ$.

Os cáusticos pontuais, representados na figura 4.6, ilustra o que foi dito acima. Nesta região, três raios se cruzam e um detalhe que simplifica os cálculos é que a profundidade de ocorrência do cáustico pontual é sempre a mesma da fonte.

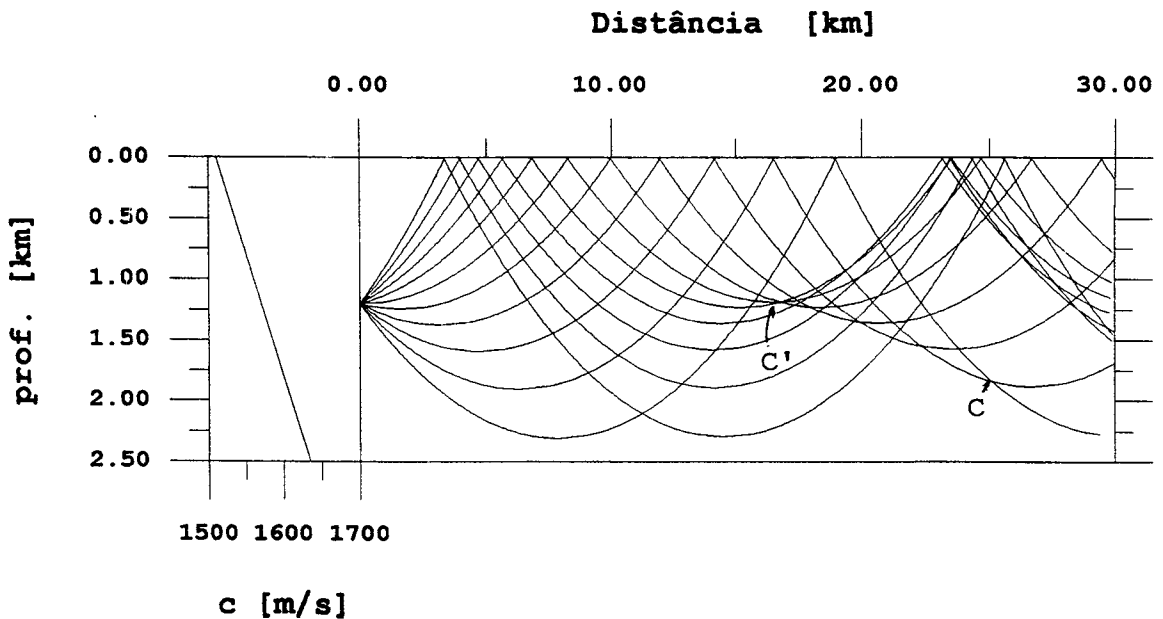


FIG. 4.6 - Traçado de raios para identificação do cáustico pontual, com $z_f = 1.2\text{km}$, $-15^\circ \leq \theta \leq 15^\circ$, $\Delta\theta = 3^\circ$.

A combinação das duas situações está representada na figura 4.6. Identifica-se um cáustico pontual em C' e, logo após, um cáustico suave até o ponto C. A geometria do cáustico e a separação destes pontos dependem do perfil de velocidade do som e parâmetros ambientais, possibilitando a ocorrência do cruzamento de quatro raios. A referência [6] indica que esta última possibilidade é muito difícil de ser avaliada e o que se faz, é somar os resultados obtidos separadamente em termos de valor RMS (médias).

Um problema adicional na predição do campo acústico pelo método é quando ambos, fonte e receptor, se encontram próximos ao eixo de simetria do perfil de velocidade do som (ou mudança de camada no programa de traçado de raios). Na distância que os separa, inúmeros pontos de cruzamento aparecem a medida que os ângulos, a partir da fonte tendem a 0° (figura 4.7). Para contornar este problema, o perfil deve ser suavizado onde sua derivada é descontínua, ou seja, no eixo.

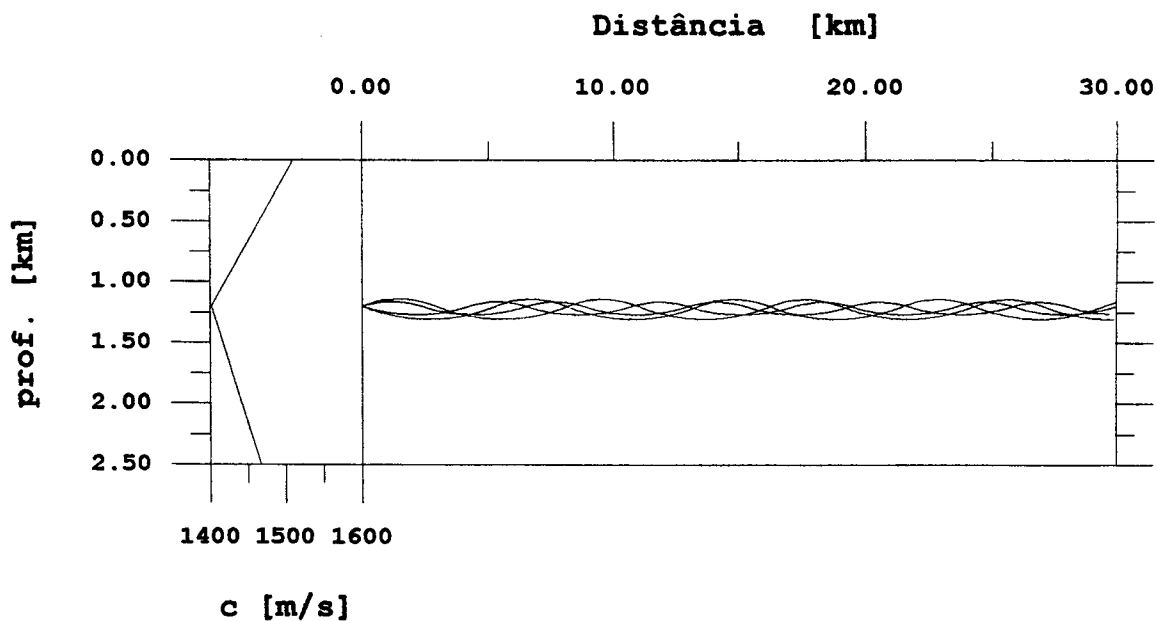


FIG. 4.5 - Traçado de raios para propagação em canal, com

$$z_f = 1.1\text{km}, \theta = \pm 4^\circ \text{ e } \pm 5^\circ.$$

Desta forma, aparecem pontos focais (cáusticos pontuais) periódicos, cujas distâncias são proporcionais a segunda derivada do ajuste. As posições de fonte e receptor são deslocadas de forma a se computar as intensidades dos raios próximos a este local.

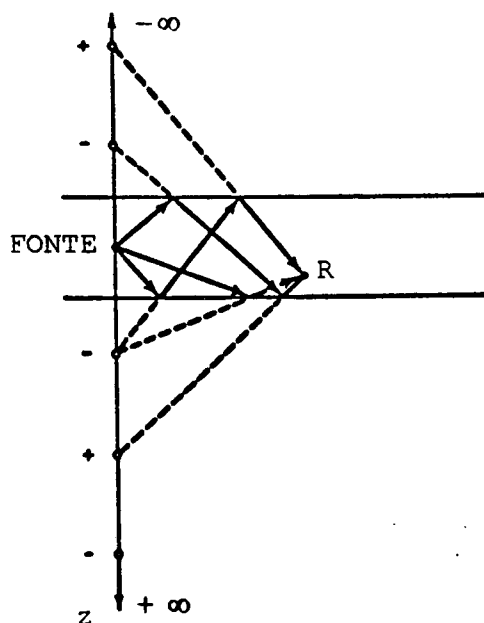


Figura 4.8 - Efeitos de Interferência de Fonte Imagem.

A figura 4.7 caracteriza o que denomina-se propagação em duto. A intensidade é calculada mediante a conservação da energia, sujeita a perdas proporcionais a distância, causadas por espalhamento da energia fora do duto ou perdas na superfície. Uma vez que fonte e receptor estão contidos no duto, não entra nos cálculos suas profundidades. O principal efeito das perdas nesta situação dependem grandemente da camada logo abaixo. Existem vários modelos deste tipo de propagação que são utilizados para efeito de comparação.

Em águas rasas, a perda de transmissão pela acústica de raios, como por modos normais, considera que a partir de determinado ângulo de incidência (ângulo crítico), as perdas são pequenas. A maior

contribuição pertence as frentes de ondas que estão entre a superfície e fundo, ou seja, os raios contidos na lâmina. Uma curva de perda de transmissão média é obtida pela soma integral de todos os caminhos considerados pelos efeitos de interferência de fonte imagem (figura 4.8).

Outro tipo de propagação é aquela na qual o perfil de velocidade do som tem um mínimo na interface água-ar e um máximo no fundo, considerando gradiente único. Para fonte e receptor em pequenas profundidades (figura 4.9), muito cruzamento existe ao longo do caminho, bem como grande interação com a superfície. Os parâmetros principais são profundidades de fonte e receptor, espessura da lâmina e frequência.

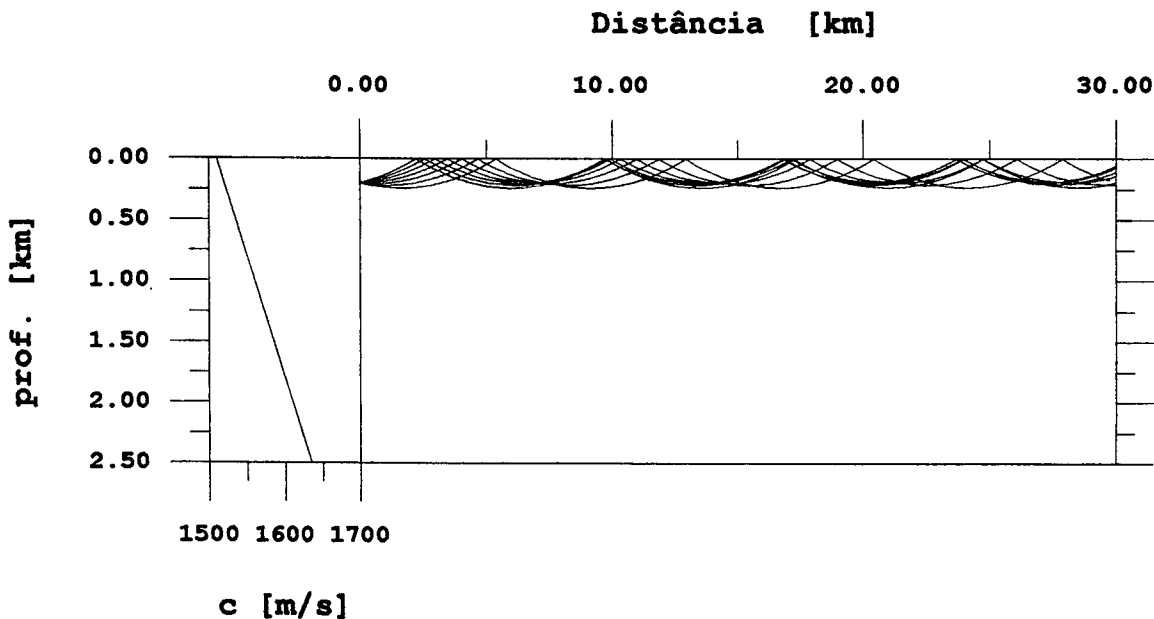


FIG. 4.9 - Propagação em duto de superfície, com

$$z_f = 0.2\text{km}, -3^\circ \leq \theta \leq 3^\circ, \Delta\theta = 1^\circ.$$

4.3.2 IDENTIFICAÇÃO DE FAMÍLIAS.

As famílias de raios são identificadas mediante a classificação do comportamento das frentes de ondas nas camadas, com diferentes gradientes de velocidade do som. No cálculo da perda de transmissão, serão considerados os raios que conectam fonte e receptor. Algumas simplificações nos cálculos podem ser conseguidas pelo fato de que, em cada camada, os raios descrevem arcos de círculos, e o caminho, a certa distância, é periódico. Estes são divididos em refletidos (LL), refratados (RR) e a combinação destes efeitos com o fundo (F) e superfície (S). Na identificação das famílias, estas combinações serão indicadas.

Outros parâmetros importantes obtidos do traçado de raios são:

- Distância entre a fonte e o segundo cruzamento do raio com a profundidade do receptor (D).
- Número de ciclos do raio entre fonte e receptor (N).

Uma forma prática de visualizar o exposto acima, é analisar e classificar alguma situação de propagação no diagrama de raios. Talvez, uma configuração típica de águas equatoriais, tenha o perfil de velocidades do som, dado pelo eixo horizontal inferior das figuras 4.10 a 4.13 (observar "zoom" a direita, retângulo da figura principal). Com ângulos decrescentes e a linha tracejada na profundidade do receptor, analisa-se a primeira situação:

- A figura 4.10 mostra um conjunto de ângulos nos quais os raios refletem na superfície e fundo onde, a longa distância, a absorção devido a interação com os contornos é muito grande. Em comparação com a teoria de modos normais, seriam estes, ângulos abaixo do crítico para reflexão total.

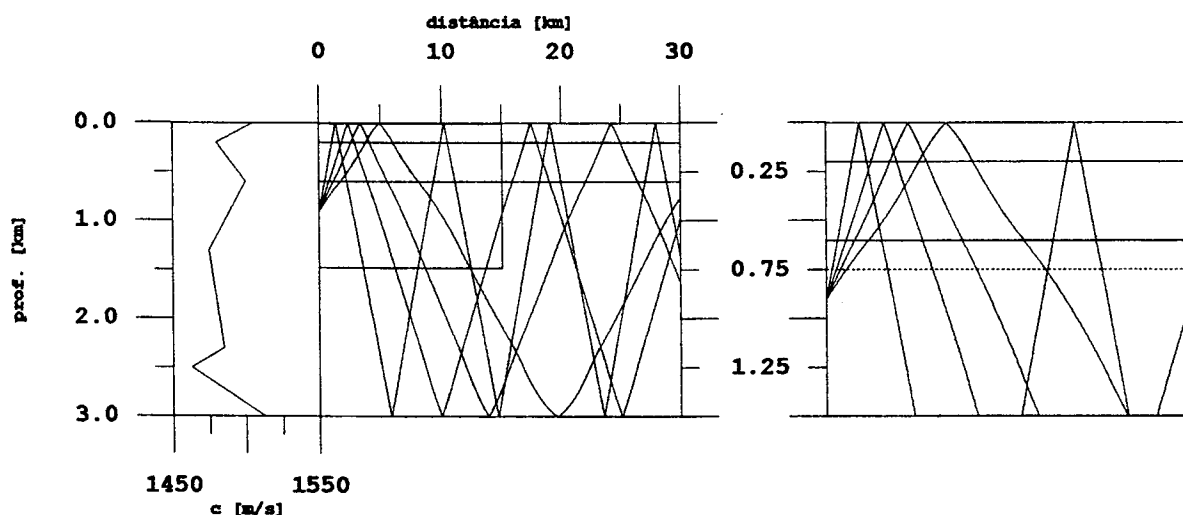


FIG. 4.10 - Famílias com raios LL - $\theta = 30^\circ, 20^\circ, 15^\circ, 11^\circ$.

- Na figura abaixo, uma segunda situação exibe os raios da faixa de ângulos indicada, onde observa-se que refletem na superfície e refratam no fundo, tendo atenuação menor que no caso anterior.

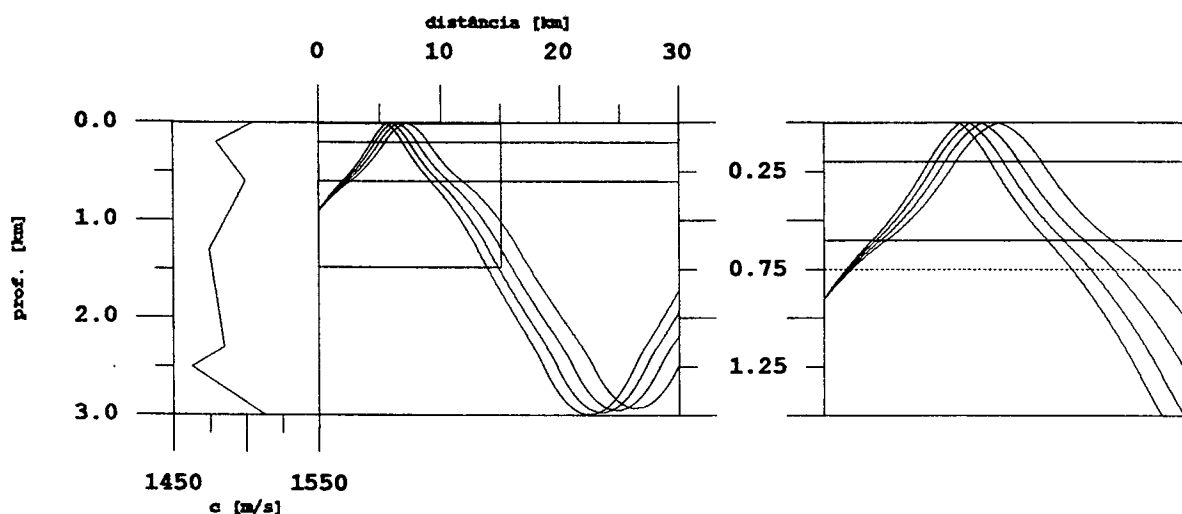


FIG. 4.11 - Família com raios LSR - $\theta = 9.5^\circ, 9.0^\circ, 8.5^\circ, 8.0^\circ$.

- Os raios da faixa angular da figura 4.12 sofrem apenas refração, ou seja, não interagem com os contornos. Além disso, propagam-se através das duas camadas superiores de forma diferente dos demais, aumentando a distância de cruzamento com a profundidade do receptor (comparar "zoom").

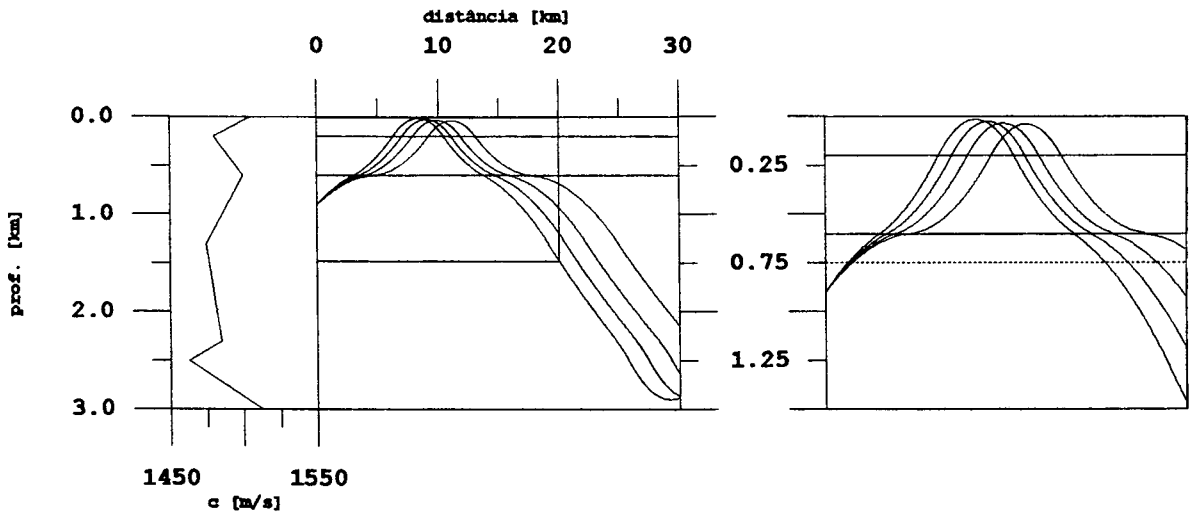


FIG. 4.12 - Família com raios RR - $\theta = 7.8^\circ, 7.4^\circ, 7.1^\circ, 6.9^\circ$.

- Por fim, para este perfil de velocidades, identifica-se o conjunto de raios, também RR, mas que percorrem da segunda camada para baixo apenas, e são refratados, mudando a direção para as camadas inferiores. São os de menores ciclos no caso em questão.

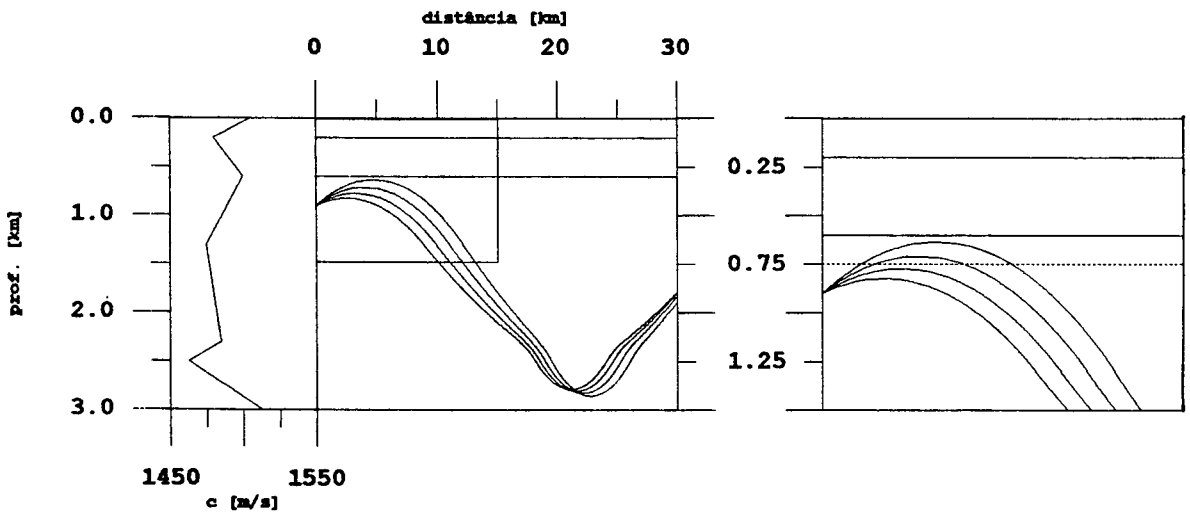


FIG. 4.13 - Família com raios RR - $\theta = 6.5^\circ, 5.5^\circ, 4.5^\circ, 3.5^\circ$.

As figuras 4.10 a 4.13 representam possíveis situações de propagação, o que não impedem de maneira alguma, a formação de outras famílias. Deve-se levar em consideração, na composição do campo acústico, os conjuntos de raios que contribuam de forma efetiva,

desconsiderando os que são grandemente atenuados, bem como aqueles que não atingem o receptor.

Posteriormente, procede-se o ajuste de curvas $Dx\theta$ por funções apropriadas para cada família, como será visto adiante. A razão para isto está no fato de que funções contínuas podem ser manipuladas matematicamente (derivações, inversões) no cálculo da intensidade, bem como evitar cáusticos falsos e obter parâmetros relevantes de cáusticos verdadeiros. Alguns exemplos de ajuste utilizam as seguintes formas :

$$D(\theta) = a + b(\theta - \theta_L)^{1/2} + c(\theta - \theta_L) \quad (4.13)$$

$$D(\theta) = a + b.\tan(\theta) + c.\tan^2(\theta) \quad (4.14)$$

Os coeficientes são calculados tomando dois extremos da família e o terceiro será:

- o ponto de distância mínima e menor que os extremos;
- o ponto de distância máxima e maior que os extremos;
- um outro ponto da família.

Para a família da figura 4.10, as funções utilizadas são:

$$R(\theta) = \begin{cases} a + b(\theta - \theta_L)^{1/2} + c(\theta - \theta_L) \\ \frac{1}{d \tan \theta + e} \end{cases} \quad (4.15)$$

4.4 - CÁLCULO DA INTENSIDADE.

Aqui, aborda-se o cálculo de intensidade das diversas situações apresentadas no item anterior. A teoria clássica indica que a perda de transmissão no diagrama de raios é dada em termos do

espaçamento angular entre frentes de ondas, distância de interesse e condições locais. Para dois raios com ângulos de saída $\theta_1 - \Delta\theta / 2$ e $\theta_1 + \Delta\theta / 2$ com relação a vertical (fig. 4.14). Após a propagação na distância R , em torno do ponto P , estes raios terão inclinação θ_2 , separação vertical Δh e distância perpendicular Δl entre eles. A fração de potência (ΔW) com relação a $\Delta\theta$ é considerada a mesma, tanto na fonte quanto no ponto P , pela conservação de energia. A intensidade de referência (a um metro) e no ponto P , é calculada por:

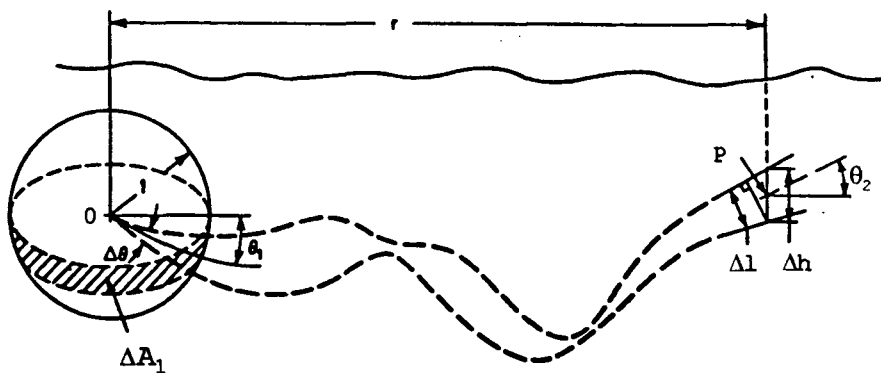


Figura 4.14 - Geometria para o Cálculo da Intensidade.

$$I_R = \frac{\Delta W}{\Delta A_1}, \quad \Delta A_1 = 2\pi \cos \theta_1 \Delta\theta \quad (4.16)$$

$$I_P = \frac{\Delta W}{\Delta A_2}, \quad \Delta A_2 = 2\pi \Delta l = 2\pi \Delta h \cos \theta_2 \quad (4.17)$$

Como consequência, a perda de transmissão é, com o auxílio da lei de Snell ($c_1 \cos \theta_2 = c_2 \cos \theta_1$),

$$PT = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{\Delta A_2}{\Delta A_1} = 10 \log \frac{2\pi r \Delta h \cos \theta_2}{2\pi \cos \theta_1 \Delta\theta} \quad (4.18)$$

$$PT = 10 \log \left[\frac{r \Delta h}{\Delta\theta} \frac{c_2}{c_1} \right] \quad (4.19)$$

Esta expressão tende a valores negativos quando Δh tende a zero, ou seja, no cruzamento de raios, a intensidade calculada atinge níveis muito elevados, divergindo do que acontece na prática.

Por outro lado, de posse das equações $D(\theta)$, calcula-se o fator de foco, com o qual é possível obter a intensidade local em função da intensidade na referência, sendo esta última dada por

$$I_R = \frac{W}{4\pi R^2} N(\theta_1, \varphi_1) \quad (4.20)$$

onde $N(\theta_1, \varphi_1)$ é a função diretividade da fonte.

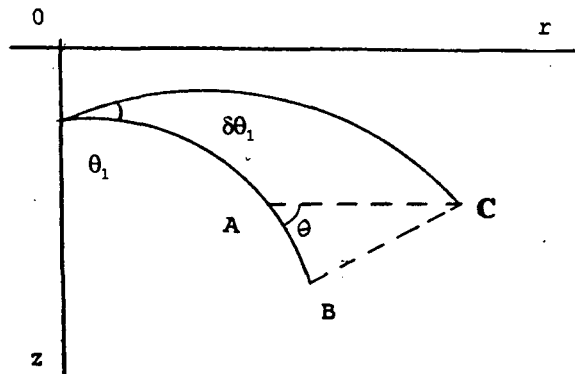


Figura 4.15 - Espaçamento de Dois Raios para o Cálculo de Intensidade

Analisando a fig. 4.15, com o ponto C a mesma profundidade do ponto A, tira-se que

$$\overline{AC} = \left| \frac{\partial D}{\partial \theta_1} \right| d\theta_1 \quad (4.21)$$

$$\overline{BC} = \overline{AC} \sin \theta = \left| \frac{\partial D}{\partial \theta_1} \right| \sin(\theta) d\theta_1 \quad (4.22)$$

Uma simetria cilíndrica (fonte omnidirecional, com $N(\theta_1, \varphi_1)=1$) produz uma área dada por

$$dS = 2\pi R \left| \frac{\partial D}{\partial \theta_1} \right| \sin(\theta) d\theta_1 \quad (4.23)$$

O fluxo de energia sobre esta área, em função da potência total, está na mesma razão do ângulos sólidos $2\pi \cos\theta_1 d\theta_1$ para a área 4π , ou seja,

$$dW = \left(\frac{W}{2} \right) \cos(\theta_1) d\theta_1 \quad (4.24)$$

Portanto, a intensidade ou fluxo de energia por unidade de superfície é

$$I = \frac{dW}{dS} = \frac{W \cos\theta_1}{4\pi R \left| \frac{\partial D}{\partial \theta_1} \right| \sin\theta_1} \quad (4.25)$$

Introduzindo uma normalização em função de I_R e chamando-a de fator de foco f , obtêm-se

$$f = \frac{I}{I_R} = \frac{R \cos\theta_1}{\left| \frac{\partial D}{\partial \theta_1} \right| \sin\theta} \quad (4.26)$$

Mas no ponto de cruzamento ou cáustico, $\partial D / \partial \theta_1 = 0$, então, o fator de foco para esta região ou próxima a ela (referência [7], pág. 91), é

$$f = \frac{2^{5/3} \cos\theta_1 (K_1 \sin\theta_1)^{1/3}}{\sin\theta \left| \frac{\partial^2 D}{\partial \theta_1^2} \right|^{2/3}} D v^2(t) \quad (4.27)$$

onde $v(t)$ é a função de Airy (solução da eq. diferencial $w'' - zw = 0$, tabulada na ref.[21]) e t é dado por [7]

$$t = \pm 2^{1/3} \left| \frac{\partial^2 D}{\partial \theta_1^2} \right|^{-1/3} (K_1 \sin \theta_1)^{2/3} (D - D_R) \quad (4.28)$$

$$K_1 = \omega / c$$

$$\text{de forma que } \begin{cases} t > 0, & \frac{\partial^2 D}{\partial \theta_1^2} < 0 \\ t < 0, & \frac{\partial^2 D}{\partial \theta_1^2} > 0 \end{cases}$$

Estas expressões são utilizadas para o cálculo da intensidade apenas nos cáusticos suaves. Para os cáusticos agudos, outras formas de ajuste são recomendadas, como

$$\begin{aligned} D(\theta) &= D_c + \frac{\theta^2}{\beta} \\ D(\theta) &= D_c + \frac{\theta}{\mu} \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde β e μ são determinados pelos extremos da família. A expressão para intensidade (ref [31], pag. 214,215 e ref[6]) está intimamente ligada a parâmetros que fazem parte das soluções da equação de Bessel* (também ref[25]), e que será apresentada sem uma análise profunda, a qual foge ao escopo deste trabalho. Portanto, no cáustico agudo,

*A relação da função de Pearcey com parâmetros de soluções de equações diferenciais pode ser comprovada pela integral de Pearcey em $x, y=0$,

$$I(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[i(s^4 + xs^2 + ys)] ds = 0.5 \exp(i\pi/8) \Gamma(0.25) = 1.813 \exp(i\pi/8)$$

Γ - função Gamma

$$I = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2\pi\beta}{\lambda} \right)^{1/2} \left(\frac{\cos \theta}{D} \right) \left[\overline{\text{Pe}(0, Y)} \right]^2 \quad (4.30)$$

onde $\overline{\text{Pe}(0, Y)}$ é a média RMS da função de Pearcey ao longo do seu eixo ($x=0$), e o parâmetro desta varia de 2 a $\sqrt{4\pi}$. As curvas da integral de Pearcey em módulo e fase estão mostradas na referência [31].

4.5 - SOMATÓRIO COERENTE DE INTENSIDADES.

São aproximações para os efeitos de coerência de baixa frequência, correspondendo a duas situações práticas. Na primeira, uma das profundidades (fonte ou receptor) é pequena, e a intensidade é dada pelo somatório de fases de dois raios, com a hipótese de estes têm a mesma energia

$$I_{2R} = 4I_{1R} \sin^2 \left(\frac{\omega Z \sin \theta}{c} \right) \quad (4.31)$$

Quando as profundidades são ambas rasas, 4 raios devem ser somados e

$$I_{4R} = 16I_{1R} \sin^2 \left(\frac{\omega Z_1 \sin \theta}{c} \right) \sin^2 \left(\frac{\omega Z_2 \sin \theta}{c} \right) \quad (4.32)$$

Uma forma diferente de escrever (4.31) é

$$I_{2R} = 2I_{1R} \left[1 - \delta \cos \left(\frac{2\omega Z \sin \theta}{c} \right) \right] \quad (4.33)$$

que é utilizada quando Z e/ou ω são grandes e a amostragem na distância determinada pelo modelo é inadequada para as variações do ângulo θ . Esta expressão, então, produz uma transição entre o

somatório coerente ($\delta = 1$) e incoerente ($\delta = 0$) onde este fator é denominado fator de coerência. Calculando o número de ciclos (N) de interferência para determinada família na frequência f,

$$N = \frac{2Zf}{c} (\sin \theta_{\text{máx}} - \sin \theta_{\text{min}}) \quad (4.34)$$

e o número de pontos de amostragem com intervalo δD por ciclo de interferência, para uma dada ordem de cruzamento ΔD , é dado por

$$N_p = \frac{\Delta D}{N \delta D} \quad (4.35)$$

ficando o fator de coerência limitado a

$$\delta = \begin{cases} 0 & N_p \leq 8/3 \\ \frac{N_p - 8/3}{6 - 8/3} & 8/3 < N_p < 6 \\ 1 & N_p \geq 6 \end{cases} \quad (4.36)$$

4.6 - EFEITOS DA FREQUÊNCIA DE CORTE INFERIOR.

O raio equivalente ao primeiro modo de propagação, satisfaz a equação integral de fase

$$\oint \gamma dz = \delta \phi \quad (4.37)$$

onde o circuito da integral é o ciclo do raio

$$\gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta(z) \quad (4.38)$$

$\delta\phi$ é a discreta mudança de fase acumulada pelo raio no ciclo que é π quando da reflexão na superfície e $\pi/2$ para reversão horizontal. No canal sonoro, este raio tem ângulo θ_0 . A intensidade de todos os raios menores que θ_0 é reduzida pelo fator $\sin^2 \theta_x / \sin^2 \theta_0$, onde θ_x é o ângulo com o eixo do canal.

4.7 - PROPAGAÇÃO EIXO-EIXO.

Como visto anteriormente, este tipo de propagação produz focos periódicos no diagrama de raios e, devido ao perfil de velocidade utilizado (derivada segunda descontínua nas interfaces), deve-se seguir o procedimento seguinte:

- calcula-se o período P_0 (distância até P_0)

$$P_0 = \pi \left[\left(\frac{c_0}{c_-''} \right)^{1/2} + \left(\frac{c_0}{c_+''} \right)^{1/2} \right] \quad (4.39)$$

c_0 - velocidade do som no eixo

c_-'' , c_+'' - derivada segunda do perfil acima e abaixo do eixo.

- determina-se uma pequena região limitada por $Z_- = Z_x - \Delta Z$ e $Z_+ = Z_x + \Delta Z$; se Z_f ou $Z_R \notin (Z_-, Z_+)$, não aplicar correções; se Z_f ou $Z_R \in (Z_-, Z_+)$, ajusta-se duas parábolas pelos pontos Z_-, Z_x e Z_+, Z_x , ou seja,

$$c_{\pm}'' = \frac{2[c(Z_{\pm}) - c(Z_x)]}{(Z_{\pm} - Z_x)^2} \quad (4.40)$$

- determinar o raio que tenha o período P_0 ,

$$\tan \theta_x = \frac{P_0}{2 \left(\frac{1}{g_+} - \frac{1}{g_-} \right) c_0} \quad (4.41)$$

g_{\pm} - gradientes acima e abaixo do eixo.

- se Z_f e Z_r estão entre os pontos de reversão do raio, movê-los para próximo a este ponto.

4.8 - PROPAGAÇÃO EM DUTO DE SUPERFÍCIE.

A perda de transmissão em função da distância (em milhas náuticas), excluindo a perda por absorção de volume, é dada por [6]

$$PT(R) = 22 + 10 \log(R\Delta\theta) + bR \quad (4.42)$$

$\Delta\theta$ - ângulos contidos no duto.

b - fator de perda de energia no duto.

$$b = 14.88 \times 10^5 f_k^{-5/3} g_2^{-1/3} Z_b^{-3} + W f_k^{1/2} Z_b^{-1/2}$$

f_k - frequência [kHz].

g_2 - gradiente da camada inferior.

Z_b - profundidade do duto [pés].

W - fator de tamanho de onda em função do estado do mar (SS)

(ref. [1], pag. 133)

$$W = \begin{cases} 9 & SS < 3 \\ 13.3 & SS = 3 \\ 18 & SS > 3 \end{cases}$$

4.9 - PROPAGAÇÃO EM ÁGUAS RASAS.

Assume-se um meio homogêneo com fundo que possibilita reflexão total a partir de determinado ângulo crítico de incidência. A intensidade será dada por uma integral aproximada. Efeitos de interferência de fonte imagem são adicionados, diferindo da soma incoerente de intensidades. Calcula-se a perda de transmissão uniforme L_{90} da incidência normal de raios contidos na lâmina, menores que o raio crítico, e que refletem apenas uma vez no fundo, visto que mais reflexões tendem a atenuar muito a energia nele contido.

As contribuições para o campo de pressão são dadas pelo caminho direto e aquele por reflexões no fundo:

$$I = I_d + I_{rf} \quad (4.43)$$

O campo direto é calculado pela soma incoerente dos raios RR (diferença de fase de $\pi/2$) e LSR (diferença de fase de π), sendo que a diferença de fase entre os dois resulta $-\pi/2$. Calcula-se, também, uma distância de transição R_{rms} , e a intensidade fica:

$$I = \begin{cases} \frac{2}{D^2} & D \leq D_{rms} \\ \frac{4}{D^2} \sin^2\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) & D > D_{rms} \end{cases} \quad (4.44)$$

$$\text{onde } \Delta\theta = \frac{4\pi Z_1 Z_2}{\lambda D} \quad \text{e} \quad D_{rms} = \frac{8Z_1 Z_2}{\lambda} \quad (4.45)$$

Para os raios refletidos no fundo, divide-se a distância, como no caso anterior, em duas regiões limitadas por

$$D_{rf} = \frac{2z_r}{\theta_c} \quad (4.46)$$

que é o período aproximado do raio crítico na região homogênea de profundidade z_r . Para $D < D_{rf}$, a intensidade é calculada por:

$$I = \frac{1}{D^2 + 4z_r^2} L_{90} \cdot F^1 \quad (4.47)$$

onde F^1 contém os efeitos de interferência de fonte imagem, com uma média sobre todos os raios entre θ_c e $\pi/2$, e é dados por:

$$F^1 = \frac{16}{\pi/2 - \theta_c} \int_{\theta_c}^{\pi/2} \sin^2\left(\frac{\omega Z_1 \sin \theta}{c}\right) \sin^2\left(\frac{\omega Z_2 \sin \theta}{c}\right) d\theta \quad (4.48)$$

$$= \frac{16}{\pi/2 - \theta_c} [G(u_1, u_2, \pi/2) - G(u_1, u_2, \theta_c)] \quad (4.49)$$

onde $u_j = \omega D_j \sin \theta / c$, $j = 1$ e 2 ,

$$G(u_1, u_2, \theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{4} \left(1 - \frac{\sin u_1}{u_1} - \frac{\sin u_2}{u_2} + \frac{\sin(u_1 - u_2)}{2(u_1 - u_2)} + \frac{\sin(u_1 + u_2)}{2(u_1 + u_2)} \right), & u_1 \neq u_2 \\ \frac{\theta}{4} \left(\frac{3}{2} - \frac{2 \sin u_1}{u_1} - \frac{\sin 2u_2}{4u_2} \right), & u_1 = u_2 \end{cases} \quad (4.5)$$

0)

Para $D \geq D_{rf}$

$$I_{rf} = \sum_{i=1}^N I_i F_i \quad (4.51)$$

onde F_i contém os efeitos de interferência de fonte imagem para o i -ésimo raio, e N é o número máximo de reflexões dos raios menores que θ_c , na distância D , e

$$I_i = \frac{1}{R^2 + (2iz_r)^2} \quad (4.52)$$

Substituindo o somatório por uma integral sobre i e, notando que para cada valor de i e distância, o ângulo do raio pode ser calculado por

$$\tan \theta = \frac{2iz_r}{D} \quad (4.53)$$

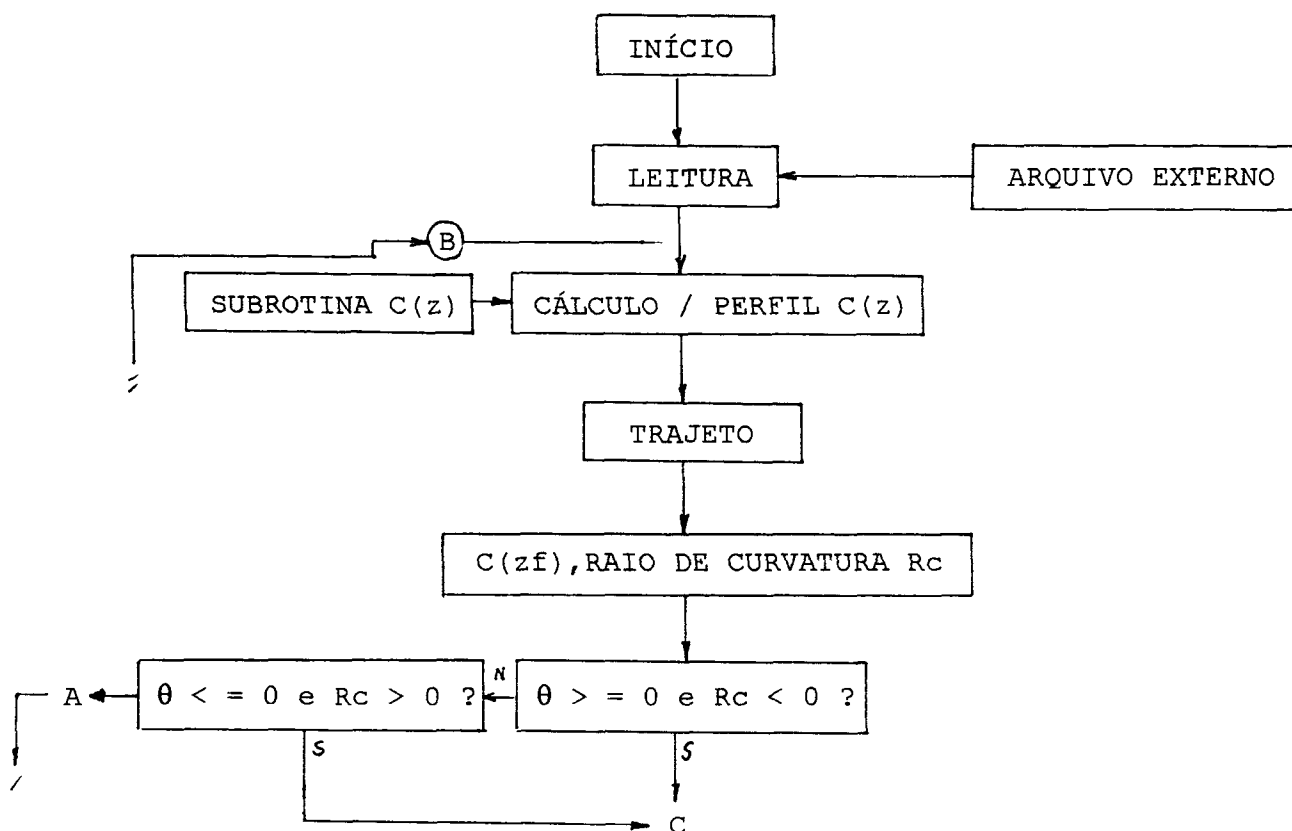
e obtem-se

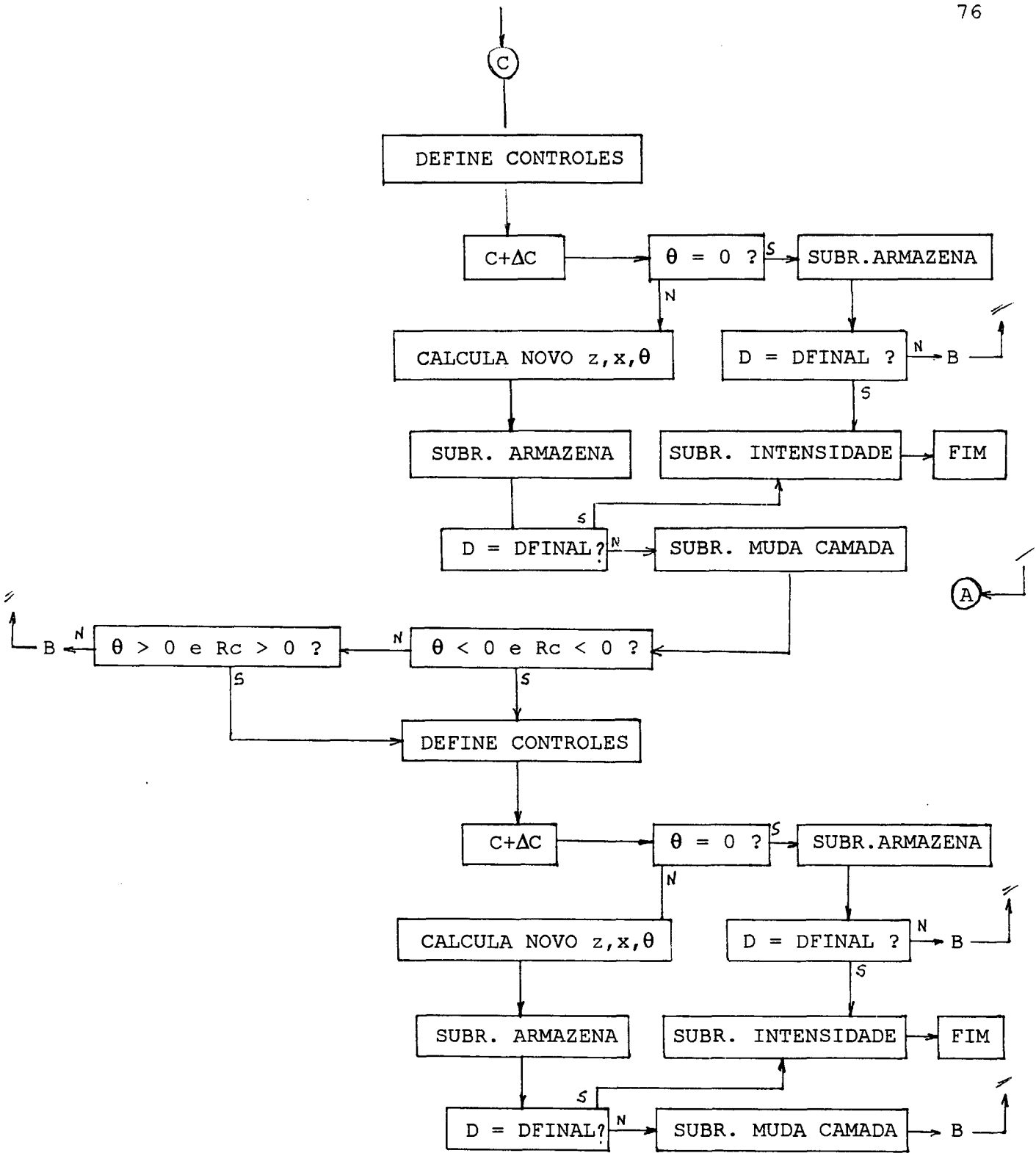
$$I_{rf} \approx \frac{8}{Dz_r} \int_0^{\theta_c} \sin^2\left(\frac{\omega z_1 \sin \theta}{c}\right) \sin^2\left(\frac{\omega z_2 \sin \theta}{c}\right) d\theta$$

$$\approx \frac{8}{Rz_r} G(u_1, u_2, \theta_c) \quad (4.54)$$

Abaixo, um fluxograma indica os passos para a obtenção do diagrama de raios.

FLUXOGRAMA RAIOS





MODELAGEM E COMPARAÇÕES

Em algumas áreas do oceano existe a possibilidade de modelar a lâmina de água através de camadas horizontais, pois os parâmetros envolvidos não sofrem grandes variações. Em locais onde não se verifica tal comportamento, o modelo utiliza valores médios das quantidades necessárias a seu desenvolvimento. Baseado em muitos estudos de dispersão e refração, os sedimentos são tratados como líquidos homogêneos, eliminando-se o cálculo de ondas de cisalhamento. Desta forma, cada camada pode ser determinada por 3 parâmetros constantes (c , h , ρ) e, num modelo de n camadas, o número total de variáveis é $3n$, sendo estas necessárias no cômputo dos coeficientes modais.

Os valores de velocidade do som e espessura da primeira camada (geralmente toma-se a primeira camada como sendo a própria lâmina de água contendo fonte e receptor) podem ser obtidos através de cartas oceanográficas ou medidos diretamente por técnicas de ecometria, com erros inferiores a 2%. Na modelagem de águas rasas toma-se, como densidade aproximada, o valor de 1000 kg/m^3 e velocidade do som em torno de 1500 m/s . As demais camadas são sedimentos e os $3n-3$ parâmetros restantes são obtidos apartir de medições sísmicas como primeiras aproximações. Algumas destas podem ser enumeradas como segue:

- Medição das freqüências de valores estacionários de velocidade de grupo (U), em especial do valor mínimo.*

- Comprimento de onda de interferência ($\Lambda_{mn} = 2\pi/(\kappa_m - \kappa_n)$ - fig. 5.0) para vários modos e freqüências.

- Curvas de dispersão contínuas.
- Valores de U .*

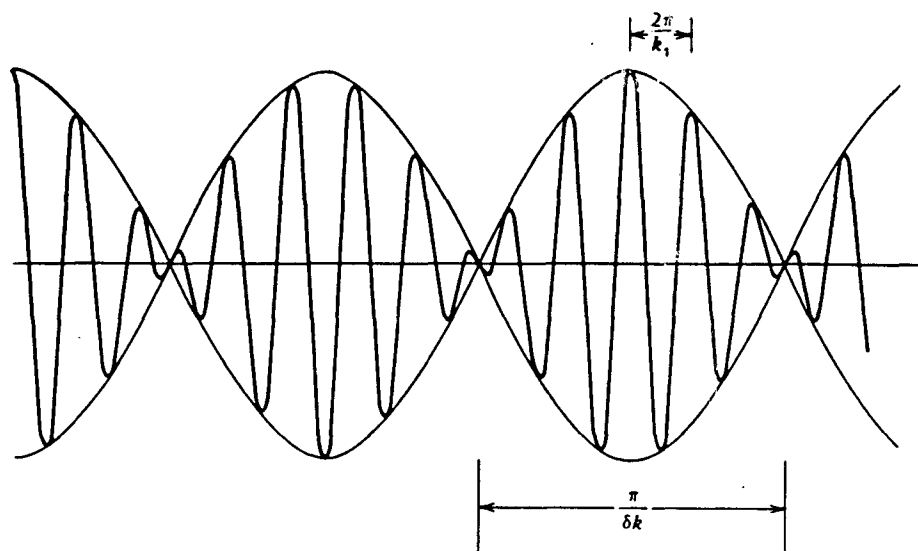


Figura 5.0 - Comprimento de Onda de Interferência.

Um exemplo pode ser apresentado através da fig. 5.1, onde se compara $\Lambda_{12} / h_1 \times$ frequência, medido e calculado, para uma variação da espessura da camada 2 em relação a espessura da camada 1. O mesmo se pode dizer da estimativa de ρ_2 (fig. 5.2), onde o valor mais indicado, para a área em questão, é $\rho_2 = 2\rho_1$. Estudos sobre os diversos tipos de sedimentos (Shumway [28]) encontrados no ambiente marinho revelam que suas densidades estão em torno do valor acima mencionado, com uma variação máxima de 20%. Esta escolha para as densidades das camadas 2 e 3 pode provocar erros no cálculo do campo de pressão, mas que estão dentro dos limites de erros aceitáveis em experimentos. Na tabela 5.1, são mostrados alguns valores de velocidade do som, bem como outros parâmetros, obtidos a partir de 111 amostras de sedimentos não consolidados do ambiente oceânico, tanto para águas rasas quanto para

* Estes dois critérios, segundo o princípio da incerteza da teoria clássica de pacotes de ondas, não podem ser utilizados simultaneamente. Ref [4], pág. 46, cap 02.

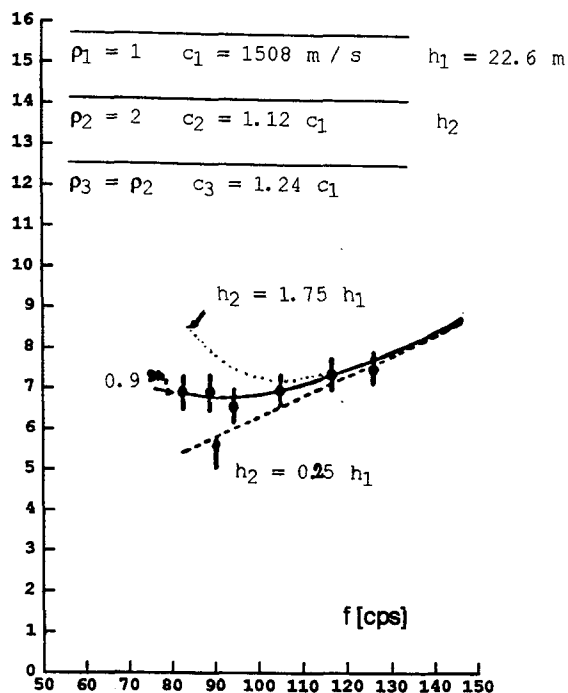
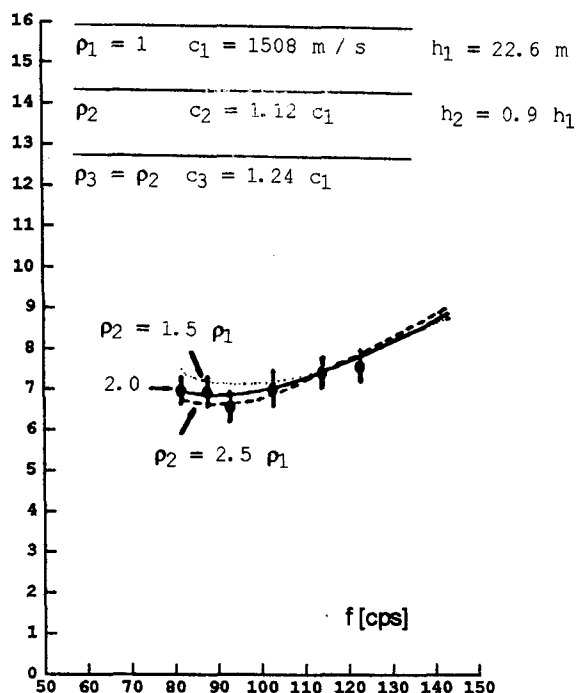
águas profundas. Isto mostra a coerência existente no procedimento de obtenção das quantidades que irão alimentar o modelo de modos normais, bem como ampliam o conhecimento a respeito da acústica submarina.

A respeito dos experimentos realizados por Clay [15] e Tolstoy [16], a faixa de frequência foi de 80 a 150 Hz pela razão do comprimento de onda ficar em torno de $\lambda/2$. A fonte é do tipo harmônica pontual contínua, calibrada nas frequências experimentais num ambiente com profundidade de 2000 metros. Para se obter as gravações dos sinais em função da distância, esta fonte foi presa por cabos, na profundidade de interesse, num barco que percorreu o trajeto de aproximadamente 4000 metros, escolhido em área propícia à modelagem por modos normais. Cuidados com a navegação (estima-se um erro de 50 m em 4 km), direção e efeito Doppler (erro \cong 5% a 3 m/s) foram tomados.

tipo de sedimento	diâmetro médio (mm)	densidade úmida g/cm ³	porosidade	velocidade do som km/s (°C)	Absorção sonora dB/pés (frequência)
arenoso grosso e lodo	0.054	1.60	0.645	1496 (19.0)	1.779 (23.0)
argiloso grosso com areia e lodo	0.046	1.56	0.663	1490 (19.2)	2.004 (23.0)
areia média	0.284	1.99	0.391	1710 (22.4)	4.23 (26.1)
areia fina	0.176	1.96	0.429	1700 (22.2)	2.79 (26.0)
lodo grosso	0.053	1.64	0.630	1510 (21.0)	2.92 3.87 (23) (31)
areia muito fina	0.114	1.81	0.498	1550 (20.6)	6.38 (31.5)
lodo médio	0.0225	1.42	0.745	1492 (21)	2.63 (30.1)

* Fonte : ref. [28].

Tabela 5.1 - Propriedades de Sedimentos.

Figura 5.1 - Variação de h_2 Figura 5.2 - Variação de ρ_2

Num outro barco, ancorado, o sistema de recepção dos sinais (calibrado com erro de 5% com relação ao padrão de laboratório) foi montado, estando o hidrofone mergulhado até a profundidade desejada.

Pelo exposto acima, uma seção transversal do oceano obtida por medições sísmicas e estudos de refração está representada na figura 5.3a onde, através da hipótese simplificativa de reflexão total na interface 2-3 (cap. 3, item 3.4), considerando a camada 3 como um espaço semi-infinito, um modelo final pode ser escolhido como tendo 3 camadas, como exposto na figura 5.3b. Envolvendo menor complicação e tempo de processamento, este pode representar o comportamento do campo acústico em algumas faixas de frequências com precisão aceitável, ou de outra forma, ser utilizado como primeiras aproximações para modelos de propagação mais completos ou desenvolvidos. As confirmações dessas hipóteses estão apresentadas a seguir, através do cruzamento ou

comparação dos dados medidos em campo e calculados pela teoria explanada no capítulo 3.

$h_1 = 22.6 \text{ m}$	$c_1 = 1508 \text{ m / s}$
$h_2 = h_1$	$c_2 = 1.04 \text{ } c_1$
$h_3 = 10.8 \text{ } h_1$	$c_3 = 1.18 \text{ } c_1$
$h_4 = 13.5 \text{ } h_1$	$c_4 = 1.39 \text{ } c_1$
$c_5 = 3.33 \text{ } c_1$	

$h_1 = 22.6 \text{ m}$	$c_1 = 1508 \text{ m / s}$
$h_2 = 0.9 \text{ } h_1$	$c_2 = 1.12 \text{ } c_1$
$\rho_3 = \rho_2 = 2\rho_1$	
$c_3 = 1.24 \text{ } c_1$	

Fig. 5.3a - Secção Obtida por
Medições e Estudos de Dispersão.

Fig. 5.3b - Secção Modelada.

5.2 COMPARAÇÕES DE RESULTADOS.

Neste ítem, são mostrados alguns gráficos do campo de pressão em função da distância para determinadas freqüências e valores de potência de fonte, curvas de dispersão e distribuição de pressão na vertical para alguns modos e, no final, uma comparação entre a perda de transmissão calculada através do modelos de modos normais e o modelo direcionado para águas rasas da acústica de raios apresentada no capítulo 4.

A figura 5.4 mostra a distribuição de pressão na vertical para duas freqüências experimentais. Em 88 Hz, a princípio, apenas 2 modos são excitados ao passo que, em 147.8 Hz, 3 modos compõem o campo de pressão. Nota-se que o 2º modo contribui menos que os demais devido a profundidade da fonte próximo a um nó de pressão. O número de modos

excitados depende das frequências de corte inferior e superior ou faixa dinâmica, estabelecida pelos limites de velocidade do som utilizadas, $v \rightarrow c_3$ e $v \rightarrow c_1$, respectivamente (fig.3.7 e 5.5).

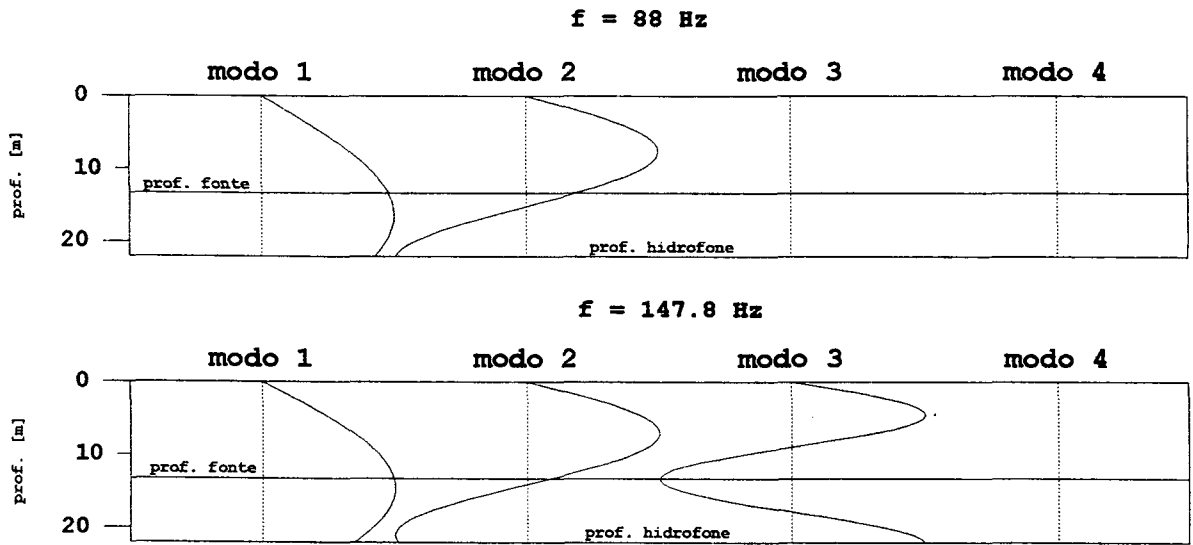


Fig. 5.4 - Distribuição de Pressão na Vertical.

Sobre este assunto existe uma contradição, visto que os autores dos experimentos indicam 3 modos em 88 Hz e 4 modos excitados em 147.8 Hz.

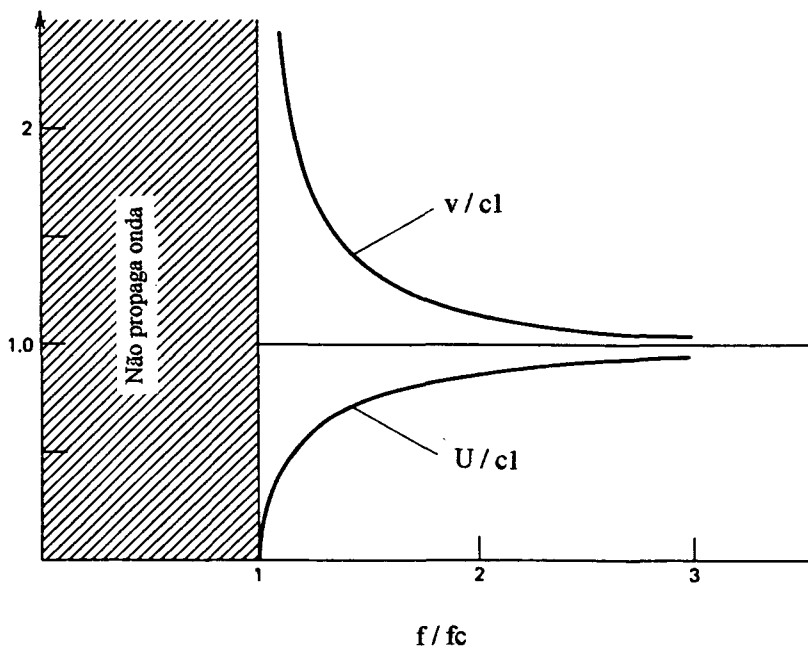


Figura 5.5 - Frequência de Corte Inferior.

A explicação é que eles podem ter utilizado, como frequências de corte inferior (figura 5.5) dos modos de maior ordem, aquelas obtidas do modelo com camadas independentes, cuja diferença é visualizada na figura 5.14 (linha cheia x linha tracejada). Mencionado na ref [17], em 88 Hz, o terceiro modo é fracamente excitado, o que explica a pequena influencia nesta frequência, bem como o quarto modo na frequência de 147.8 Hz, sendo o coeficiente de atenuação e o efeito de anti-ressonância, também responsável no cômputo dos resultados finais.

Os valores dos parâmetros modais utilizados pelo programa desenvolvido no LVA, denominado TSLDAR (TRANSMISSÃO SONORA A LONGA DISTÂNCIA EM ÁGUAS RASAS), as quantidades obtidas do mesmo, bem como as frequências experimentais e o desvio de magnitude (Δm_c) em relação ao cálculo de Tolstoy [17] (comparação modelo-a-modelo), são apresentados na tabela 5.2.

As figuras 5.6 a 5.10 mostram a comparação entre o campo de pressão calculado pela teoria (TSLDAR - curva tracejada) e os resultados das medições na literatura (curva espessa), utilizando como coeficientes de atenuação, os valores dados na tabela acima. Na figura 5.10, a comparação com o experimento realizado por Clay [15], cujos parâmetros se diferenciam da figura 5.9, pois a profundidade da fonte foi alterada de 13.3 m para 10.7 m e o coeficiente de atenuação do modo 2 é menor ($4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{-1}$). O autor da medição justifica que esta diferença se deve a mudança na localização da excitação onde, pela figura 5.4, observa-se esse modo tem uma maior contribuição no cálculo do campo de pressão que na situação anterior. Na realidade, foi utilizado outro tipo de modelagem, considerando também o modelo de três camadas da figura 5.3b, mas mantendo os parâmetros medidos da figura 5.3a, exceto a velocidade do som na água, de 1523 m/s. Outros fatores podem alterar esta atenuação global, já que estão envolvidos

nesta, todos os mecanismos que promovem a diminuição das amplitudes com a distância. Portanto, é um parâmetro cujo comportamento deve ser investigado em experimentos.

f [Hz]	88	95	121	147.8
κ_1	0.34*	0.36	0.47	0.57
	0.35**	0.38	0.49	0.61
	$\Delta mc=2.9\%$	5.5	4.2	7.0
κ_2	0.30	0.32	0.43	0.54
	0.31	0.34	0.45	0.57
	3.3	6.25	4.6	5.5
κ_3	0.28	0.31	0.41	0.50
	-	-	-	0.55
	-	-	-	10.0
κ_4	-	-	-	0.48
	-	-	-	-
	-	-	-	-
δ_1 ($\times 10^{-4}$)	5.9	5.2	4.6	4.1
δ_2	10.0	6.9	7.2	9.0
δ_3	-	-	-	14.0
δ_4	-	-	-	20

* - REF. [17]. ** - TSLDAR.

TABELA 5.2 - Comparação de Parâmetros dos Modelos.

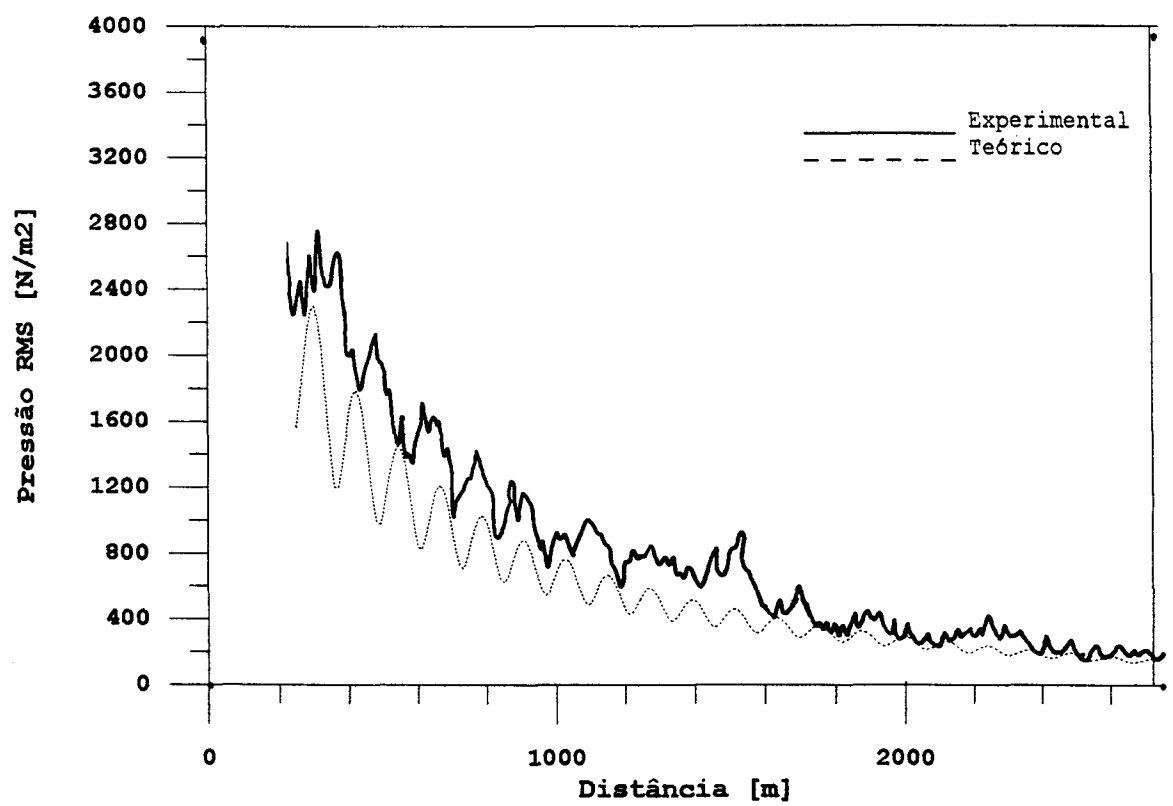


Figura 5.6 - Campo de Pressão Teórico e Experimental.

Frequência : 88 Hz / Potência da Fonte : 11.8 Watts

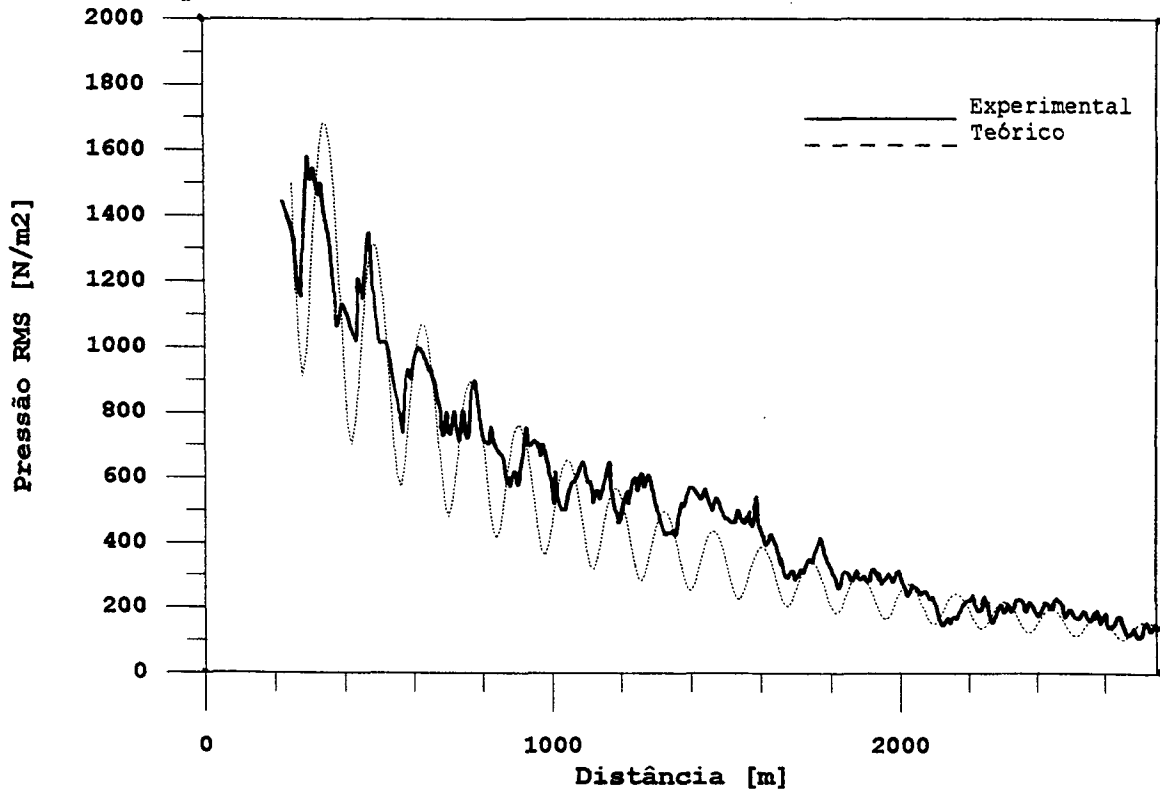


Figura 5.7 - Campo de Pressão Teórico e Experimental.

Frequência : 95 Hz / Potência da Fonte : 9 Watts

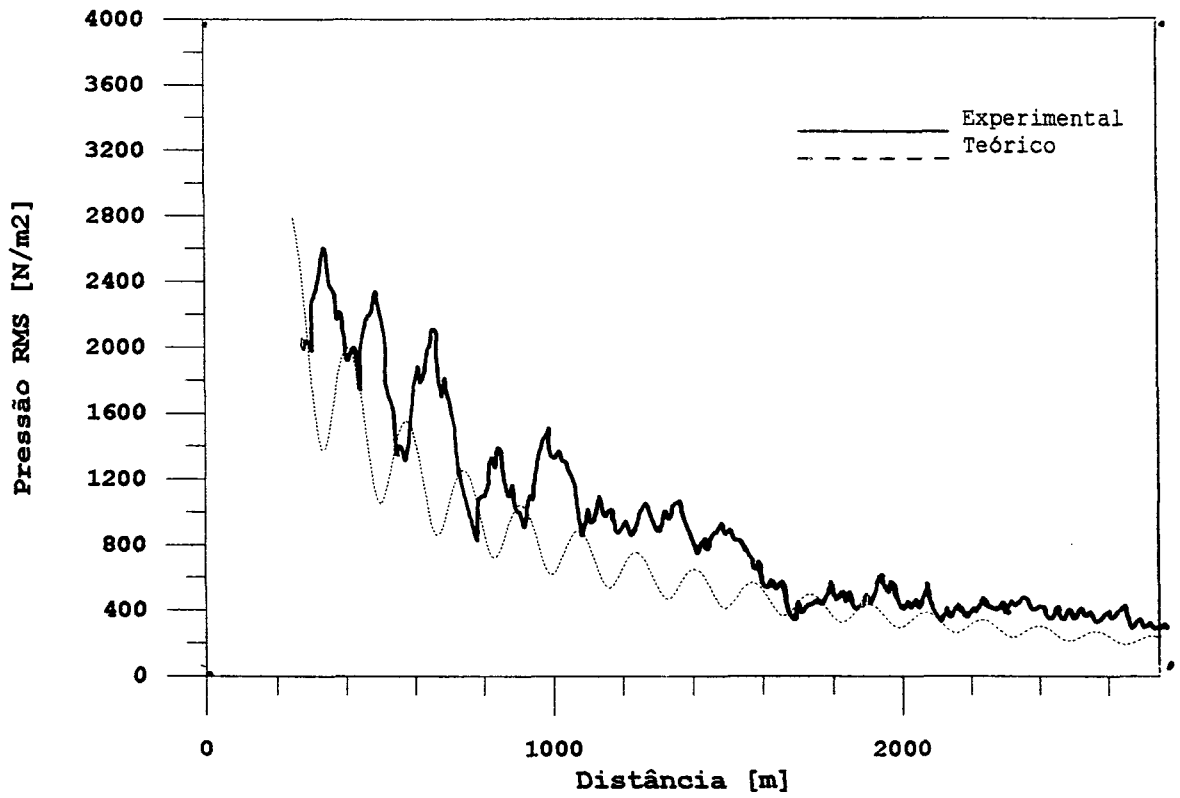


Figura 5.8 - Campo de Pressão Teórico e Experimental.

Frequência : 121 Hz / Potência da Fonte : 17.13 Watts

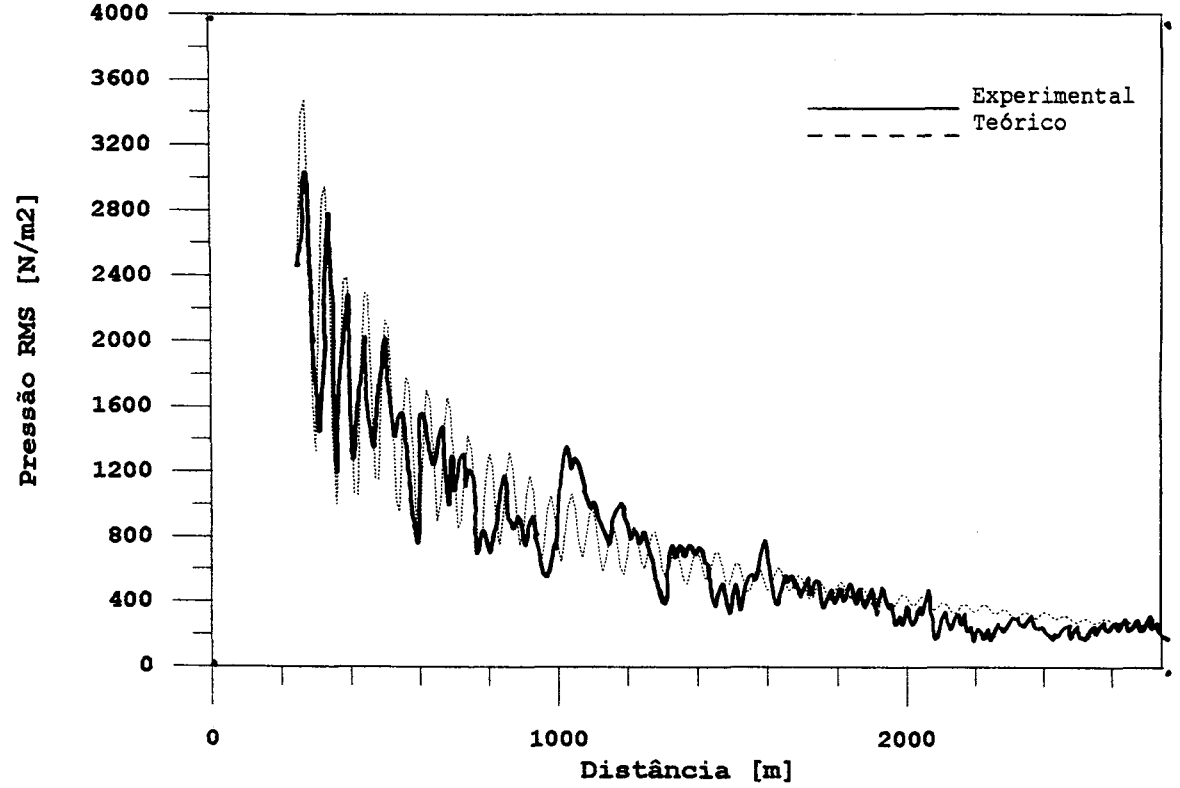


Fig. 5.9 - Campo de Pressão Teórico e Experimental.

Frequência : 147.8 Hz / Potência da Fonte : 23.3 Watts

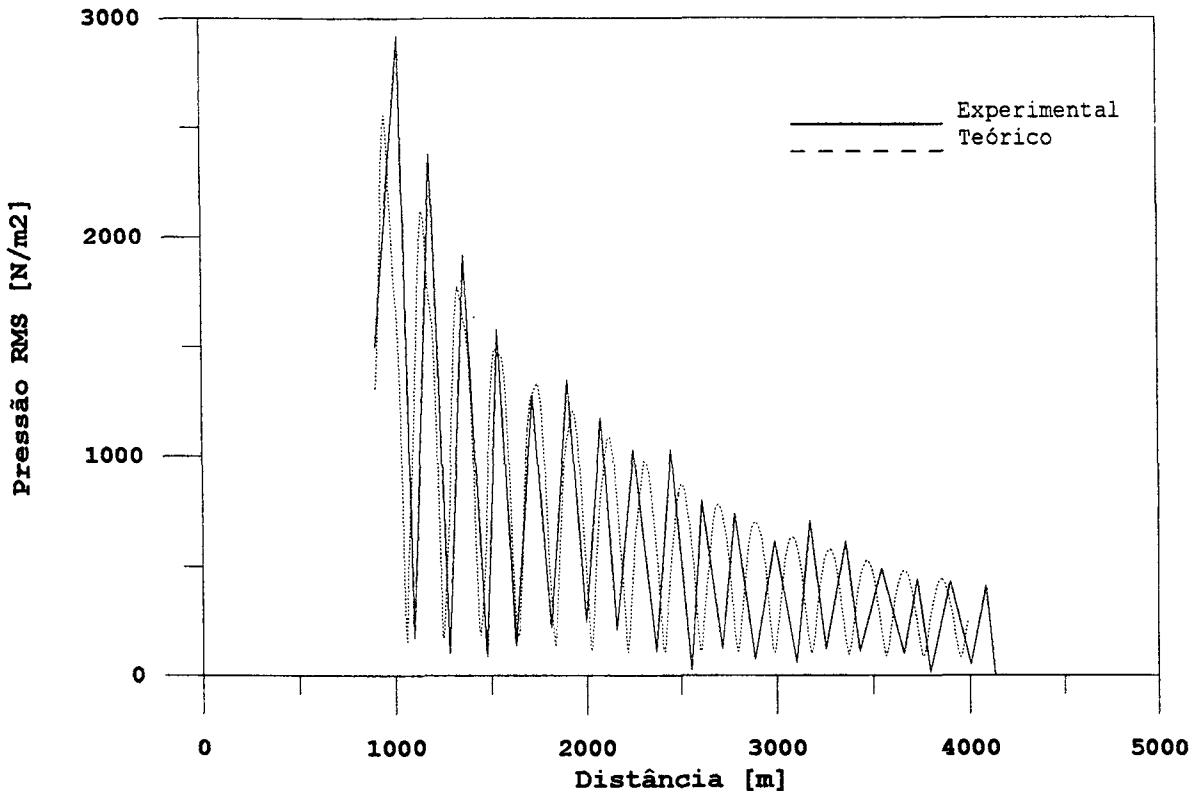


Fig. 5.10 - Campo de Pressão Teórico e Experimental.

Frequência : 147.8 Hz / Potência da Fonte : 23.3 Watts.

Ainda, neste experimento, a fonte não foi calibrada e o ajuste das curvas foi obtido pela multiplicação do resultado teórico por uma constante.

As figuras 5.11 a 5.14 mostram as curvas de velocidade de grupo e fase (curvas de dispersão) para os modos de n^{os} 1 a 4, respectivamente. A curva tracejada se refere ao cálculo no modelo completo, ou seja, as lâminas não são consideradas como independentes (item 3.4). Observa-se uma região onde ocorre descontinuidades (picos) devido aos parâmetros dependentes da velocidade de fase, quando esta se aproxima de valores de velocidade do som nas interfaces. Na modelagem atual, como apenas 3 camadas estão envolvidas, sendo que $v \rightarrow c_1$ indica a frequência de corte superior e $v \rightarrow c_3$ a frequências de corte inferior (pontos extremos), os pontos próximos a interface 1-2

($v \rightarrow c_2$) devem ser analisados pela condição de efeitos de ressonância e antirressonância de camadas independentes, como concluído no final do item 3.5. Desta forma, são apresentadas as curvas mais espessas (v / c_1 e U / c_1), que se ajustam aos pontos extremos do modelo completo e aqueles pontos fornecidos pelas hipóteses simplificativas (apenas pequenos segmentos destas curvas são mostrados para a melhor visualização do resultado final). A medida em que se aumenta a frequência ou a ordem do modo, as curvas do modelo simplificado e completo tendem a se aproximar mais, como explanado na capítulo 3. Mas observando as figuras, comprova-se que existe uma tendência dos modos inferiores também seguirem os pontos calculados como se as lâminas fossem independentes.

Observa-se que, pelas figuras 5.6 a 5.10 que a predição do campo acústico em uma lâmina de água rasa, pela teoria dos modos normais, fornece resultados que se ajustam muito bem aos dados experimentais. Entretanto, na faixa entre 1200 e 1700 metros, existe um erro sistemático que pode ser devido a variação de relevo nesta região e assim, não estarem previstas no modelo de lâminas paralelas. Outro fato é que os níveis calculados nas figuras 5.6 e 5.8 são inferiores que os medidos. A explicação é que , como já comentado acima, as frequências de corte utilizadas pelos autores da medição não estão claramente definidas, se aquelas do modelo com lâminas independentes ou do modelo completo. Para estes casos, será necessário a inclusão de mais modos, modificando as amplitudes obtidas.

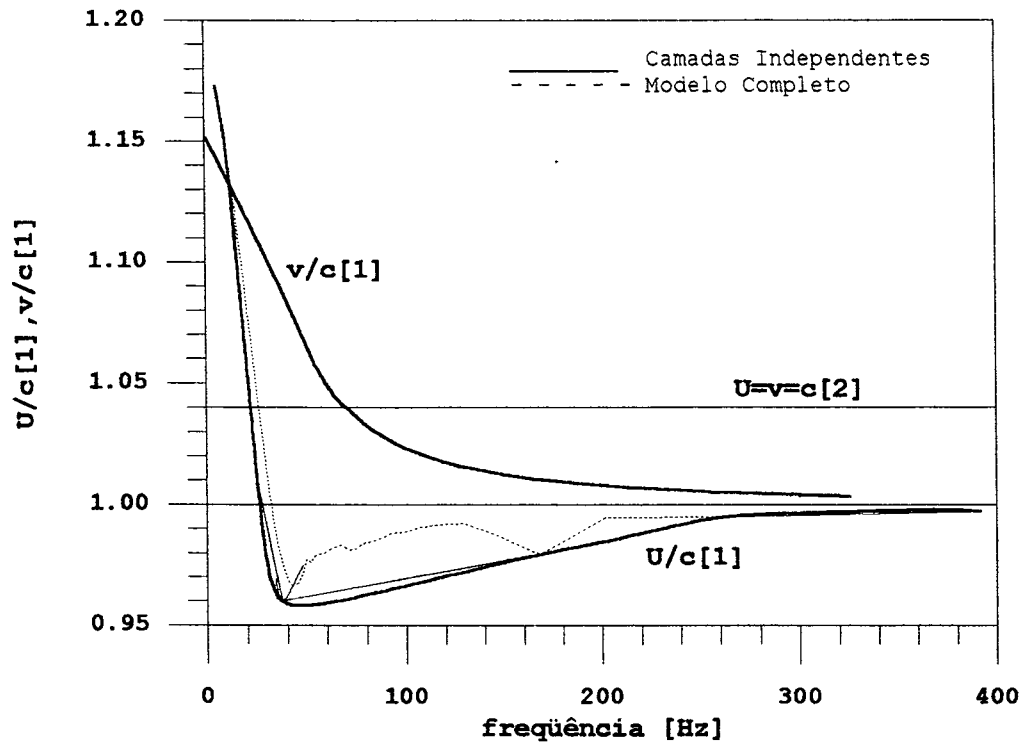


Fig. 5.11 - Curvas de Dispersão para o Modo 1.

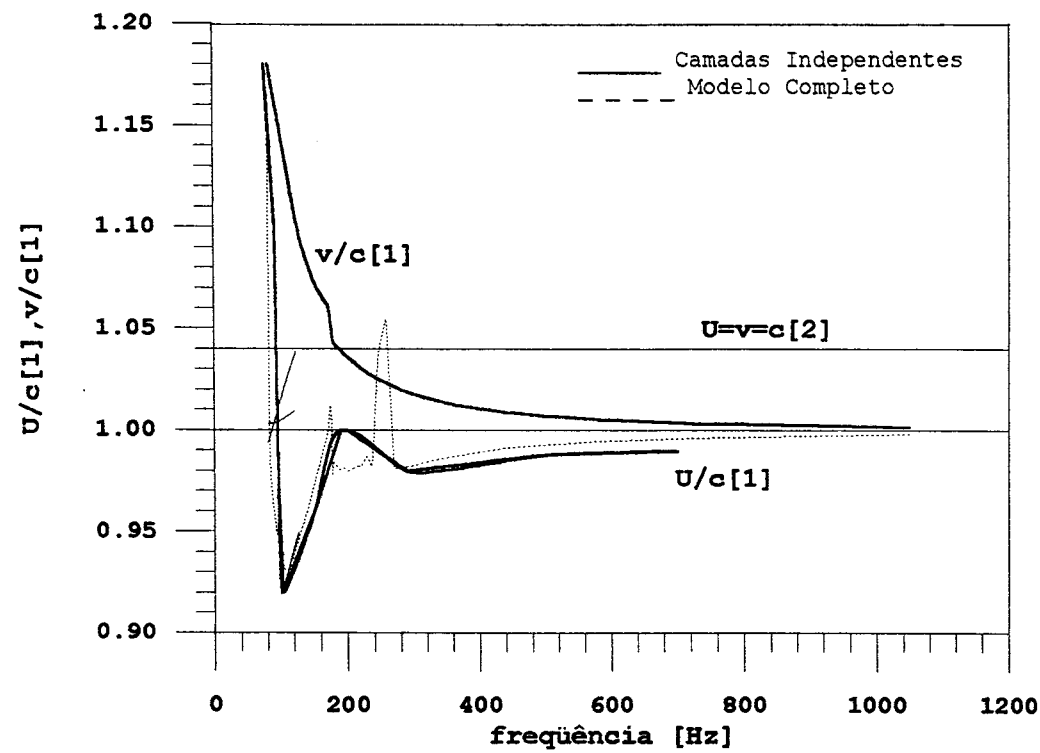


Fig. 5.12 - Curvas de Dispersão para o Modo 2.

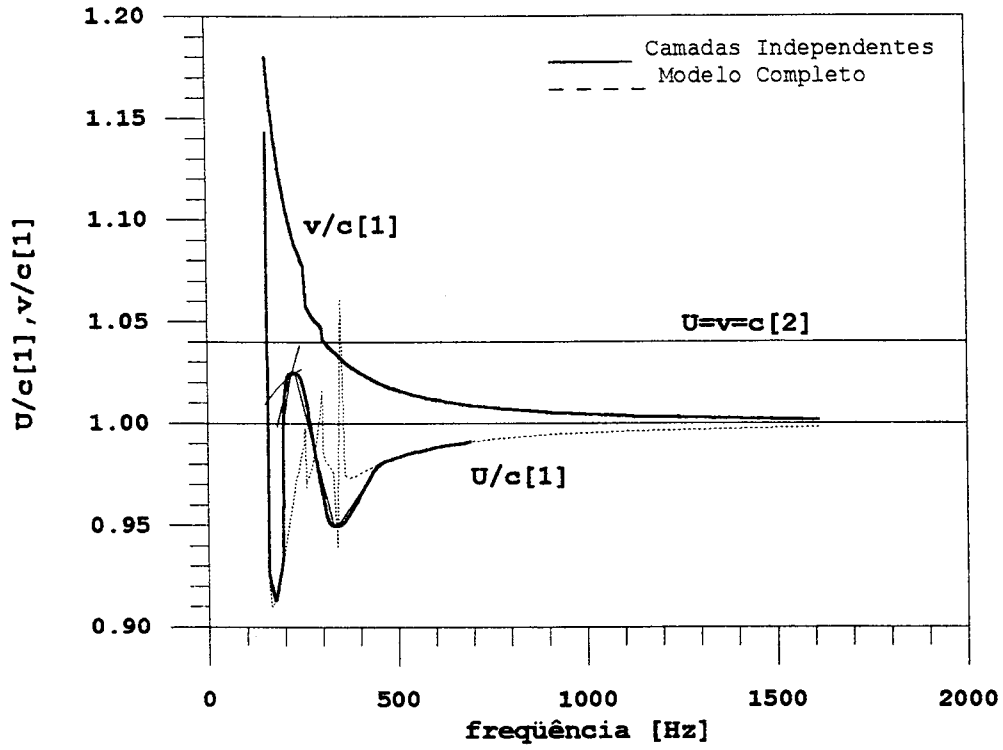


Fig. 5.13 - Curvas de Dispersão para o Modo 3.

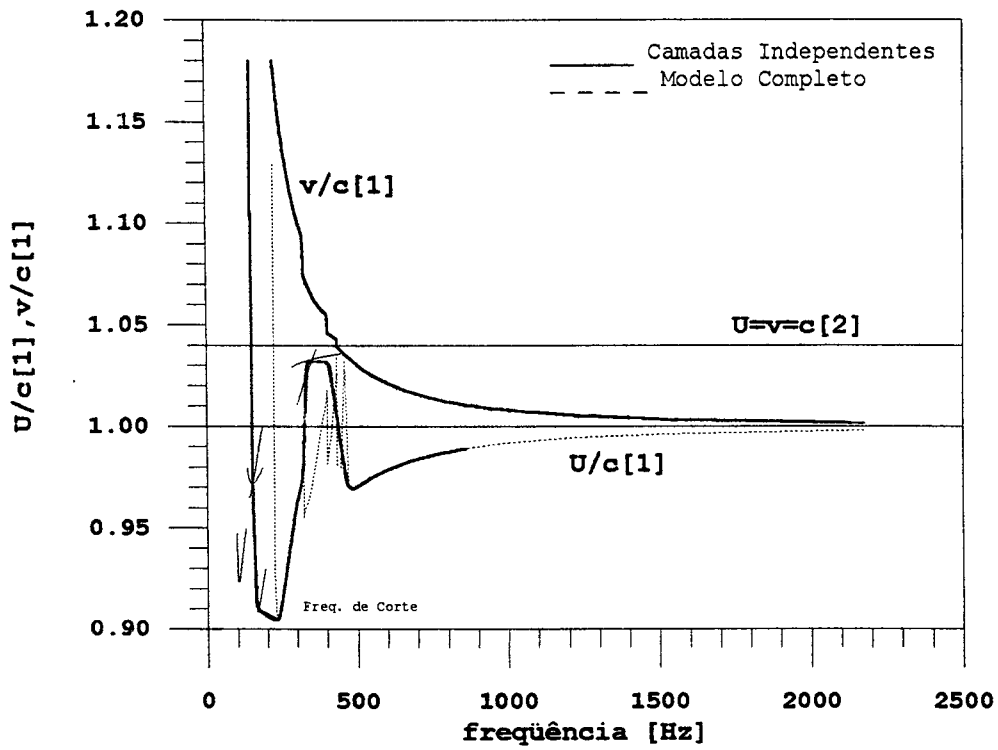


Fig. 5.14 - Curvas de Dispersão para o Modo 4.

A figura 5.15 mostra o cálculo da perda de transmissão pelos dois métodos estudados. Observa-se que, apesar de serem divergentes em

alguns pontos, estas duas teorias determinam resultados semelhantes, dependendo da faixa de frequência e características do meio.

Portanto, uma modelagem simplificada, que envolve menor complicação e tempo de processamento, pode representar o comportamento do campo acústico em algumas faixas de frequências com razoável precisão, ou ser usado como primeiras aproximações para modelos mais realísticos.

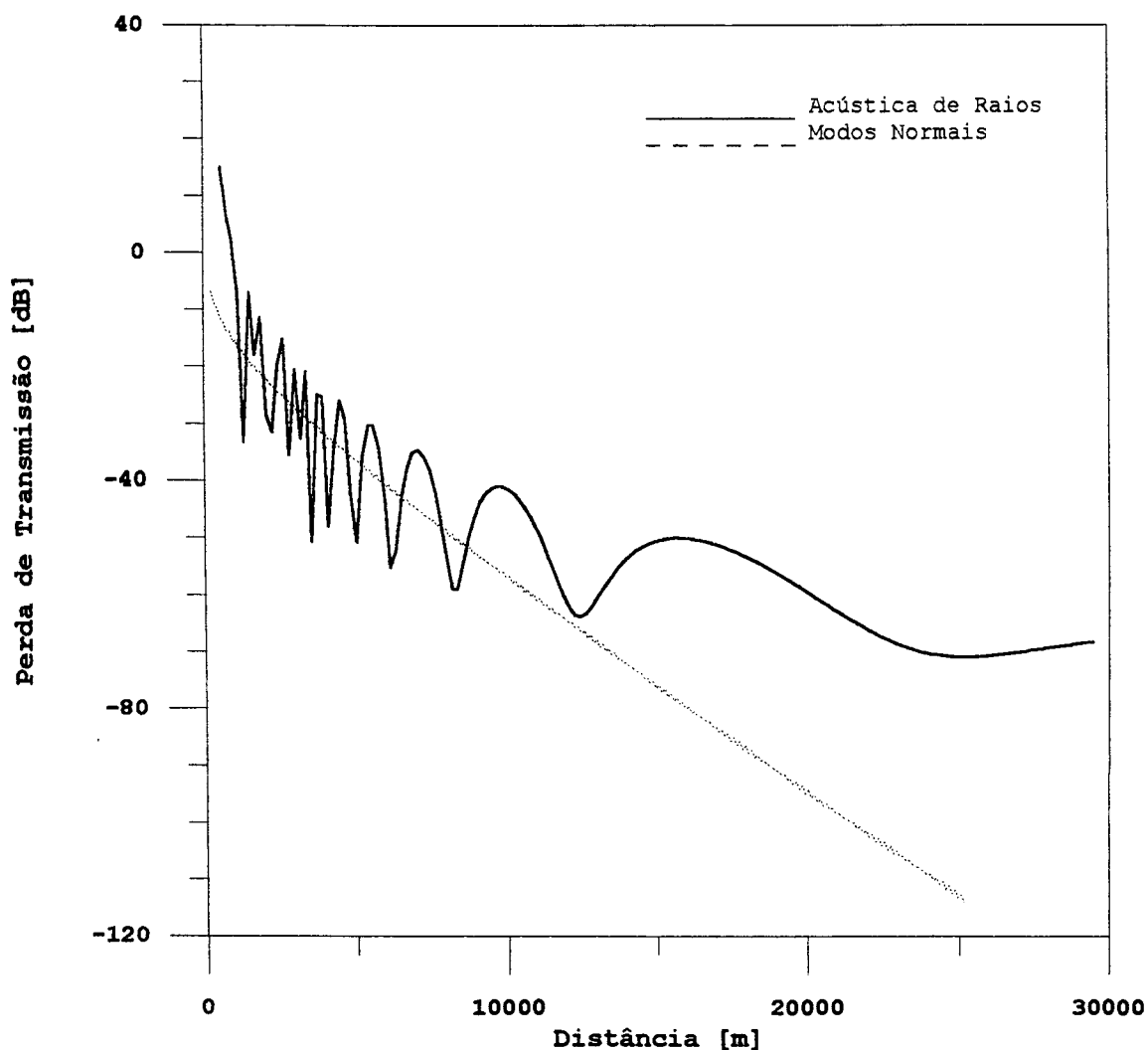


Figura 5.15 - Comparação Qualitativa da Perda de Transmissão
Por ACÚSTICA de RAIOS e MODOS NORMAIS.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES

Este trabalho teve como um dos seus objetivos, representar o campo acústico formado por uma fonte sonora emitindo um tom puro em lâmina de água rasa. Para isto, estudou-se os modelos de propagação de uma forma geral, com o intuito de definir-se as linhas mais apropriadas a serem seguidas. Como resultado, foi apresentada uma classificação, cujos parâmetros de divisão utilizados para tal, permitem que o leitor tenha algumas indicações iniciais a respeito da matéria em questão. Adicionalmente, uma breve narrativa dos fatos ocorridos, que possibilitaram os desenvolvimentos e avanço de técnicas, as quais utilizavam os mais diversos princípios físicos, os capítulos 1 e 2 fornecem uma ampla base do assunto da modelagem de propagação sonora no oceano.

Foram escolhidas para estudo duas técnicas : modos normais e acústica de raios. A primeira, por se tratar de uma teoria cujos princípios são bastante dominados (área de vibrações e acústica) e foram extensivamente estudados nesta universidade a propósito do curso de pós-graduação. A segunda, por suas características de operacionalidade, como exposto no capítulo 2. Os dois modelos apresentam algumas divergências mas, em algumas situações, eles se complementam, dependendo da área a ser modelada bem como a faixa de frequência utilizada. Isto pode ser visualizado no final do capítulo 5, onde a perda de transmissão, calculada pelos dois métodos e mesma área modelada, indica coerência em determinada faixa de distância e divergência em outra.

A teoria dos modos normais foi detalhadamente pesquisada, sendo apresentada no capítulo 3. Os resultados indicam que esta técnica fornece um bom ajuste da curva de pressão x distância para os sinais gravados em experimentos, apresentados na literatura. Apesar disto, as hipóteses de lâminas paralelas, perfil constante de velocidade do som, são restritas a determinadas áreas ou a condições de laboratório. Para ambientes com variações no relevo e outras propriedades com a distância, desde que não muito acentuadas, o modelo estudado fornece resultados médios ou primeiras aproximações para modelos mais completos. Significa que esta forma de abordagem é uma boa ferramenta para a pesquisa na acústica submarina. Por exemplo, os coeficientes de atenuação, como foram incorporados, podem ser estudados mesmo que não se tenha repetibilidade de medição. Com o controle de alguns parâmetros, pode-se obter uma lei de variação dessa variável com, por exemplo, condições climáticas, mudanças sazonais ou outras. Outra vantagem de desenvolver este tipo de modelo, além da simplicidade, está no fato de poder contestar ou ratificar as afirmações dos autores da área, bem como propôr modificações ou obter avanços.

No modelo explanado, é necessário definir mais claramente a faixa dinâmica de cada modo pois as hipóteses de lâminas independentes fornecem frequência de corte inferior (p. ex.: fig. 5.14) divergentes da resolução do modelo completo. Em resumo, necessita-se de maior refinamento, obtendo assim, a inclusão de mais modos que contribuam para a formação do campo acústico em alguma área do oceano. É o que acontece nos cálculos do campo de pressão em algumas frequências, onde o resultados do modelo fornece amplitudes inferiores ao resultado da medição. Com respeito as diferenças sistemáticas ocorridas, provavelmente são devidas a irregularidades no relevo. Isto evidencia

que, além de desenvolver modelos dependentes da distância, estes devem ser comparados com medições realizadas na costa brasileira onde pode haver um controle mais rigoroso dos parâmetros principais, diferentemente de fazer-se comparações com dados da literatura.

Apesar de envolver uma teoria matemática complexa, a implementação do modelo de modos normais se verifica como razoavelmente simples e como sugestão para trabalhos futuros, as indicações acima não deverão provocar maiores complicações.

A acústica de raios é utilizada em várias situações práticas. Na acústica submarina, após os estudos apresentados, um modelo desta natureza pode ser completamente desenvolvido, visto que os pontos principais estão colocados. Cita-se o programa de traçado do diagrama de raios genérico em número de camadas, com gradientes constantes de velocidade do som, as principais situações que ocorrem numa modelagem específica como explanado no capítulo 4, as formas de ajuste de curvas contínuas distância x ângulo de saída do raio, os cálculos de intensidades para diversos grupos de raios e, na bibliografia, as referências para esta análise. Novamente levanta-se a questão de implementar-se modelos dependentes da distância, uma vez que alterações de relevo ou perfil de velocidade do som, alteram a fase entre os raios provocando um acúmulo de erro, influenciando negativamente no cálculo da intensidade sonora a longa distância. Trabalhos futuros devem levar em conta estas colocações. O modelo de raios se revela de fácil implementação e alterações, contribuindo para as inclusões acima citadas.

A determinação da utilização de um ou outro modelo no cálculo da perda de transmissão é, também, um estudo que pode trazer muitos benefícios. A análise da distribuição das diversas leis de decaimento do sinal acústico com variáveis de frequência e distância tem sido

objeto de pesquisa de vários autores ([13], [14]). É uma forma de definir qual o tipo de modelo ou solução é mais favorável para cada situação.

Finalmente, dentro da acústica submarina, muito tem-se a pesquisar. Podem ser citados a introdução de conceitos probabilísticos para a variação temporal de propriedades, análise de sinais, interação das ondas sonoras com os contornos irregulares ou móveis, soluções que comportem ondas de cisalhamento, são alguns exemplos da complexidade da propagação sonora no oceano. Em vista destas afirmações, espera-se o surgimento mais pesquisadores para o assunto e a continuação deste trabalho, que teve como objetivo maior, o desenvolvimento científico.

APÊNDICES

APÊNDICE A1 - RESÍDUOS.

Uma vez que a função a ser integrada tem uma descontinuidade em $\kappa = \kappa_0$, ou é analítica em uma região próxima a este ponto, levando em conta a mudança de variáveis, observa-se o comportamento das integrais ao longo das linhas L_1 e L_2 , e em torno de κ_0 . O resultado é o resíduo, calculado como segue:

$$Re = \frac{1}{(m-1)!} \left[\frac{d^{(m-1)}}{dz^{(m-1)}} \{ (z-a)^m f(z) \} \right]_{z=a} \quad (A1.1)$$

onde m é a ordem do pólo ($=2$). Fazendo as devidas substituições,

$$Re = \frac{d}{d\kappa} \left\{ (\kappa - \kappa_0)^2 \cdot H_0^{(2)}(\kappa r) \frac{C}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \kappa \right\}_{\kappa=\kappa_0} = \lim_{\kappa \rightarrow \kappa_0} (Re_1 + Re_2 + Re_3) \quad (A1.2)$$

sendo Re_i as derivações abaixo :

$$Re_1 = -C\kappa(\kappa - \kappa_0)^2 \cdot H_0^{(2)}(\kappa r) \frac{2\omega}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \frac{d\omega}{d\kappa} \quad (A1.3)$$

$$Re_2 = C\kappa(\kappa - \kappa_0)^2 \cdot H_0^{(2)'}(\kappa r) \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (A1.4)$$

$$Re_3 = C\{(\kappa - \kappa_0)^2 + 2\kappa(\kappa - \kappa_0)\} H_0^{(2)}(\kappa r) \frac{1}{(\omega^2 - \omega_0^2)} \quad (A1.5)$$

Aplica-se o conceito de limite para verificar que

$$\lim_{\kappa \rightarrow \kappa_0} \left\{ \frac{(\omega - \omega_0)}{(\kappa - \kappa_0)} \right\} = \frac{d\omega}{d\kappa} \quad (A1.6)$$

$$\frac{1}{\lim_{\kappa \rightarrow \kappa_0} \left\{ \frac{(\omega + \omega_0)}{(\kappa - \kappa_0)} \right\}} = 0 \quad (\text{A1.7})$$

e com alguma manipulação e substituições simples, chega-se ao resultado final

$$\text{Re} = H_0^{(2)}(\kappa_0 r) \cdot \frac{C(\omega_0, \kappa_0) \kappa_0}{2\omega_0 \left(\frac{d\omega}{d\kappa} \right)_0} \quad (\text{A1.8})$$

que é o resíduo do pólo ou a soma do resíduo de vários pólos.

APÊNDICE A2 - INTEGRAL DE ORTOGONALIDADE.

Em uma sala, os modos simétricos têm autovetores e autovalores assim definidos:

$$\cos(\beta_x \cdot x) \quad (A2.1)$$

$$\beta_x = \frac{m\pi}{b} \quad (A2.2)$$

onde b é uma das dimensões da sala. A diferença entre dois autovalores consecutivos é $\Delta\beta_x = \beta_{m+1} - \beta_m = \pi/b$. Se esta dimensão da sala for levada a distâncias cada vez maiores, com limite no infinito, isto é, um duto retangular infinito, significa que a diferença acima é muito pequena e a integral de inércia (também integral de ortogonalidade) diverge. Então, contorna-se o problema escrevendo, para o caso acima,

$$b \rightarrow \frac{\pi}{d\beta}, b \rightarrow \infty \quad (A2.3)$$

e a integral fica

$$\lim_{b \rightarrow \infty} \int_{-b}^b \cos^2\left(\frac{m\pi}{b} x\right) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \cos^2(\beta_x x) \cdot dx = \frac{\pi}{d\beta} \quad (A2.4)$$

o que possibilita a execução deste cálculo para sistemas como mencionado acima.

APÊNDICE A3 - RAZÃO DE TRANSPORTE DE ENERGIA.

Num sistema com modos harmônicos do tipo $\xi = Z(z) \cdot e^{i(\kappa r - \omega t)}$, define-se a razão entre o fluxo médio de energia (\overline{F}) através de uma seção e a densidade média de energia (\overline{E}) entre dois planos separados pelo comprimento de onda $2\pi/\kappa$, como sendo a velocidade de grupo ou a razão de transporte de energia. Então,

$$U = \frac{\overline{F}}{\overline{E}} \quad (\text{A3.1})$$

onde

$$\overline{F} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \int_{-\infty}^{\infty} \rho \frac{\partial \xi}{\partial r} \cdot dz = \frac{1}{2} \omega^3 \kappa \int_{-\infty}^{\infty} \rho \xi^2 dz \quad (\text{A3.2})$$

$$\overline{E} = \frac{1}{2} \omega^4 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho}{c^2} \cdot \xi^2 dz \quad (\text{A3.3})$$

Define-se, também, a velocidade de fase como sendo $v = \omega/\kappa$. Com uma pequena manipulação conclui-se que

$$U = \frac{\kappa}{\omega} \frac{v}{\sigma} \Rightarrow U \cdot v = \frac{v}{\sigma} \quad (\text{A3.4})$$

com

$$v = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \cdot Z^2(z) \cdot dz \quad \text{e} \quad \sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho}{c^2} Z^2(z) \cdot dz$$

A velocidade de grupo U é também definida como a velocidade do envelope que contém um grupo de ondas com velocidade de fase v , ou seja,

$$v = \frac{\omega}{\kappa} \quad (\text{A3.5})$$

$$U = \frac{d\omega}{d\kappa} \quad (\text{A3.6})$$

APÊNDICE A4 - PRESSÃO RMS.

O campo de pressão para lâmina de água estratificada, por modos normais, é dado por

$$\begin{aligned}
 p &= -i \sum_m X_m \cdot e^{-i(\kappa r - \omega t - \pi/4)} = -i \left(\sum_m X_m \cos(\kappa r - \pi/4) - \sum_m X_m \sin(\kappa r - \pi/4) \right) e^{i\omega t} \\
 &= - \left(\sum_m X_m \sin(\kappa r - \pi/4) + i \sum_m X_m \cos(\kappa r - \pi/4) \right) e^{i\omega t} \quad (A4.1)
 \end{aligned}$$

Manipulando o termo entre parênteses para colocá-lo na forma $A = M \cdot e^{-i\theta}$, obtêm-se:

$$M = \left[\left(\sum_m X_m \sin(\kappa r - \pi/4) \right)^2 + \left(\sum_m X_m \cos(\kappa r - \pi/4) \right)^2 \right]^{1/2} \quad (A4.2)$$

resultando

$$p = -M \cdot e^{i(\omega t - \theta)} \quad (A4.3)$$

Tomando o valor que indica a amplitude de pressão, ou seja, a parte real de p , e procedendo o cálculo do valor RMS, chega-se a conclusão que

$$\bar{p} = -M \cos(\omega t - \theta) \quad (A4.4)$$

$$p_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T M^2 \cos^2(\omega t - \theta) dt = \frac{M^2}{T} \int_0^T \cos^2(\omega t - \theta) dt \quad (A4.5)$$

Chamando $u = \omega t - \theta$, $du = \omega dt$, e com $T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$, a integral fica:

$$p_{\text{rms}}^2 = \frac{M^2}{T\omega} \int_0^T \cos^2 u \, du = \frac{M^2}{T\omega} \left[\frac{u}{2} + \frac{\text{sen } 2u}{4} \right]_0^T \quad (\text{A4.6})$$

$$p_{\text{rms}}^2 = \frac{M^2}{T\omega} \left[\frac{\omega T - \theta}{2} - \frac{-\theta}{2} + \frac{\text{sen } 2(\omega T - \theta)}{4} - \frac{\text{sen } 2(-\theta)}{4} \right] \quad (\text{A4.7})$$

Mas como $\omega T = 2\pi$ e $(2\pi - \theta) = -\theta$,

$$p_{\text{rms}}^2 = \frac{M^2}{2}, \text{ ou } p_{\text{rms}} = \frac{M}{\sqrt{2}}. \quad (\text{A4.8})$$

**APÊNDICE A5 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL DE 2ª ORDEM NÃO
HOMOGÊNEA.**

Seja a equação

$$\ddot{q} + \omega^2 q = \text{CTE } e^{i\omega_0 t} \quad (\text{A5.1})$$

A solução deste tipo de equação é obtida pelo método das variações dos parâmetros e função de Green (ref [34] pág.161-167). O primeiro consiste em dizer que os parâmetros c_1 e c_2 da solução homogênea (y_h) sejam variáveis e que a solução particular (y_p) está relacionada a essa, de forma que

$$y_p(x_0) = 0 \quad \text{e} \quad y_p'(x_0) = 0 \quad (\text{A5.2})$$

onde x_0 é um ponto do intervalo I , cuja a solução particular está definida e é normal neste. As soluções de (A6.1) são

$$y_h = c_1 \cos(\omega t) + i c_2 \sin(\omega t) \quad (\text{A5.3})$$

$$y_p = c_1(\omega t) \cos(\omega t) + i c_2(\omega t) \sin(\omega t) \quad (\text{A5.4})$$

onde $c_1(\omega t)$ e $c_2(\omega t)$ são dados pelo par de equações

$$c_1'(\omega t) \cos(\omega t) + i c_2'(\omega t) \sin(\omega t) = 0 \quad (\text{A5.5})$$

$$-\omega c_1'(\omega t) \sin(\omega t) + i \omega c_2'(\omega t) \cos(\omega t) = \text{CTE } e^{i\omega_0 t} \quad (\text{A5.6})$$

que fornece

$$c_1'(\omega t) = -\frac{\text{CTE}}{\omega} e^{i\omega_0 t} \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A5.7})$$

$$c_2'(\omega t) = \frac{\text{CTE}}{i\omega} e^{i\omega_0 t} \cos(\omega t) \quad (\text{A5.8})$$

que, integrando, resulta

$$c_1(\omega t) = -\frac{\text{CTE}}{\omega} e^{i\omega_0 t} \frac{[i\omega_0 \text{sen}(\omega t) - \omega \cos(\omega t)]}{(\omega^2 - \omega_0^2)} + \text{cte} \quad (\text{A5.9})$$

$$c_2(\omega t) = \frac{\text{CTE}}{i\omega} e^{i\omega_0 t} \frac{[i\omega_0 \cos(\omega t) + \omega \text{sen}(\omega t)]}{(\omega^2 - \omega_0^2)} + \text{cte} \quad (\text{A5.10})$$

Substituindo em (A5.4) e com alguma manipulação, obtem-se a solução de (A5.1), que é

$$y_p = \frac{\text{CTE}}{(\omega^2 - \omega_0^2)} e^{i\omega_0 t} + \text{cte} \quad (\text{A5.11})$$

**APÊNDICE A6 - MANIPULAÇÕES MATEMÁTICAS DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL
PARA O COEFICIENTE DE REFLEXÃO.**

Partindo da relação matemática e derivando o campo de pressão ϕ após a reflexão em $z=0$, obtem-se

$$\phi = \exp[i\gamma z] + R \cdot \exp[-i\gamma z] \quad (\text{A6.1})$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dz} = \frac{d}{dz} (\ln \phi) = i\gamma \frac{(1 - R)}{(1 + R)} \quad (\text{A6.2})$$

Continuando, para encontrar a expressão da derivada segunda de ϕ , tem-se

$$\frac{d\phi}{dz} = \phi \frac{d}{dz} (\ln \phi) \quad (\text{A6.3})$$

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} = \frac{d\phi}{dz} \frac{d}{dz} (\ln \phi) + \phi \frac{d^2}{dz^2} (\ln \phi) \quad (\text{A6.4})$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2\phi}{dz^2} = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dz} \frac{d}{dz} (\ln \phi) + \frac{d^2}{dz^2} (\ln \phi) \quad (\text{A6.5})$$

Calculando o lado esquerdo da igualdade acima em relação a (A6.1) e substituindo o resultado de (A6.5), com o auxílio de (A6.2),

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2\phi}{dz^2} = \frac{d}{dz} (\ln \phi) \frac{d}{dz} (\ln \phi) + \frac{d^2}{dz^2} (\ln \phi) = -\gamma^2 \quad (\text{A6.6})$$

$$\frac{1}{\phi} \frac{d^2\phi}{dz^2} = \left(\frac{d}{dz} (\ln \phi) \right)^2 + \frac{d^2}{dz^2} (\ln \phi) = -\gamma^2 \quad (\text{A6.7})$$

$$\left(\frac{d}{dz} (\ln \phi) \right)^2 = -\gamma^2 - \frac{d^2}{dz^2} (\ln \phi) \quad (\text{A6.8})$$

O segundo termo a direita da igualdade na expressão acima, utilizando a equação (A6.2), resulta

$$\frac{d^2}{dz^2} (\ln \phi) = \frac{d}{dz} \left[\frac{d}{dz} (\ln \phi) \right] = \frac{d}{dz} \left[i\gamma \frac{(1-R)}{(1+R)} \right] \quad (\text{A6.9})$$

que, derivando, fornece

$$\frac{d}{dz} \left(i\gamma \frac{(1-R)}{(1+R)} \right) = i \left[\frac{d\gamma}{dz} \frac{(1-R)}{(1+R)} + \frac{\gamma}{(1+R)^2} \left(-(1+R) \frac{dR}{dz} - (1-R) \frac{dR}{dz} \right) \right] \quad (\text{A6.10})$$

$$\frac{d}{dz} \left(i\gamma \frac{(1-R)}{(1+R)} \right) = i \left[\frac{d\gamma}{dz} \frac{(1-R)}{(1+R)} - \frac{2\gamma}{(1+R)^2} \frac{dR}{dz} \right] \quad (\text{A6.11})$$

Manipulando o restante dos termos de (A6.8), fazendo as derivações, ficam

$$-\gamma^2 - \left(\frac{d}{dz} (\ln \phi) \right)^2 = -\gamma^2 - \left(i\gamma \frac{(1-R)}{(1+R)} \right)^2 = \gamma^2 \left[\frac{(1-R)^2}{(1+R)^2} - 1 \right] \quad (\text{A6.12})$$

Finalmente, agrupando estes resultados parciais e procedendo algumas simplificações,

$$\gamma^2 \left[\frac{(1-R)^2}{(1+R)^2} - 1 \right] = i \frac{d\gamma}{dz} \frac{(1-R)}{(1+R)} - i \frac{2\gamma}{(1+R)^2} \frac{dR}{dz} \quad (\div \gamma \text{ e } \times (1+R)^2)$$

$$\gamma \left[(1-R)^2 - (1+R)^2 \right] = \frac{i}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} (1-R)(1+R) - i2 \frac{dR}{dz}$$

$$-4R\gamma = \frac{i}{\gamma} \frac{d\gamma}{dz} (1-R^2) - i2 \frac{dR}{dz} \quad (\div -2i)$$

$$-\frac{2R\gamma}{i} = \frac{1}{2} (1-R^2) \frac{d}{dz} (\ln \gamma) + \frac{dR}{dz}$$

$$\frac{dR}{dz} - \frac{1}{2}(1 - R^2) \frac{d}{dz}(\ln \gamma) + 2i\gamma R = 0 \quad (\text{A6.13})$$

que é a equação diferencial em R procurada.

**APÊNDICE A7 - LINEARIZAÇÃO DA EQUAÇÃO DIFERENCIAL POR
APROXIMAÇÃO DE RAIOS (ALTA FREQUÊNCIA) .**

O número de onda K , com as componentes horizontal e vertical, é assim definido :

$$K^2 = \kappa^2 + \gamma^2 \quad (\text{A7.1})$$

A medida em se aumenta a frequência, a componente κ torna-se cada vez menor, ou seja,

$$K^2 \cong \gamma^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \gg \kappa^2$$

Aplicando este resultado à desigualdade que, obedecida, torna linear a equação diferencial para o coeficiente de reflexão e , com o auxílio da equação do apêndice A6 (A6.2), resulta

$$\frac{1}{\gamma} \left| \frac{d}{dz} \ln \gamma \right| \ll 1$$

$$\frac{1}{\gamma} \left| \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dz} \gamma \right| \ll 1 \quad (\text{A7.2})$$

Fazendo a diferenciação e procedendo as substituições, obtem-se

$$\left| \frac{d}{dz} \gamma \right| = \left| \frac{d}{dz} \left(\frac{\omega}{c} \right) \right| = \left| -\frac{\omega}{c^2} \frac{dc}{dz} \right| = \frac{\omega}{c^2} \frac{dc}{dz} \quad (\text{A7.3})$$

$$\frac{c^2}{\omega^2} \frac{\omega}{c^2} \frac{dc}{dz} = \frac{1}{2\pi f} \frac{dc}{dz} = \frac{\lambda}{2\pi c} \frac{dc}{dz} \ll 1 \quad (\text{A7.4})$$

de onde se concluí que a simplificação também é válida, além da alta frequência, para ambientes considerados com pequena variação do perfil de velocidade do som com a profundidade.

**APÊNDICE A8 - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA
EM COORDENADAS CILÍNDRICAS**

Seja a equação

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \quad (\text{A8.1})$$

Com a hipótese de que $\xi = R(r) \cdot Z(z) \cdot T(t)$ e substituindo em (A8.1),

$$\frac{R''(r) + (1/r)R'(r)}{R(r)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \frac{1}{c^2} \frac{T''(t)}{T(t)} \quad (\text{A8.2})$$

Por separação de variáveis, obtem-se

$$\frac{R''(r) + (1/r)R'(r)}{R(r)} = -\kappa^2 \quad (\text{A8.3})$$

$$\frac{Z''(z)}{Z(z)} = -\gamma^2 \quad (\text{A8.4})$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = -K^2 \quad (\text{A8.5})$$

Para uma dependência temporal harmônica, $\exp(i\omega t)$, $K^2 = \gamma^2 + \kappa^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$ e as soluções em z e em r ficam

$$Z(z) = A \sin(\gamma z) + B \cos(\gamma z) \quad (\text{A8.6})$$

$$R(r) \cong J_0(\kappa r) \quad (\text{A8.7})$$

APÊNDICE A9 - CÁLCULO DA CONSTANTE B
NO CONTORNO DO MONOPÓLO

Seja o potencial de deslocamento dado por

$$\Phi = \frac{B}{4\pi r} \exp i(\omega t - \kappa r) \quad (\text{A9.1})$$

Calculando pressão (p), intensidade (I), potência (W) e isolando a constante, obtem-se

$$p = -\rho_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \rho_0 \frac{B}{4\pi r} \omega^2 \exp i(\omega t - \kappa r) \quad (\text{A9.2})$$

$$W = 4\pi r^2 I(r) \quad (\text{A9.3})$$

$$I(r) = \frac{\langle p(r, t)^2 \rangle}{\rho_0 c_0} = \frac{1}{2} \frac{(p \cdot p^*)}{\rho_0 c_0} \quad (\text{A9.4})$$

$$p \cdot p^* = \frac{B^2 \rho_0^2 \omega^4}{16 \pi^2 r^2} (\exp i(\omega t - \kappa r) \cdot \exp i(\omega t + \kappa r)) = \frac{B^2 \rho_0^2}{16 \pi^2 r^2} \omega^4 \quad (\text{A9.5})$$

$$I(r) = \frac{B^2 \rho_0^2}{32 \pi^2 r^2} \frac{1}{\rho_0 c_0} \omega^4 \quad (\text{A9.6})$$

$$W = \frac{B^2}{8 \pi c_0} \omega^4 \Rightarrow B = \frac{2}{\omega^2} \left(\frac{2 \pi c_0 W}{\rho} \right)^{1/2} \quad (\text{A9.7})$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BURDIC, WILLIAN O., "Underwater Acoustic System Analysis", Prentice Hall , Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.
- [2] BOBBER, ROBERT J., "Underwater Eletroacoustic Measurements", Pennynsula Publishing, Los Altos, CA, 1988.
- [3] ALBERS, VERNON M., "Underwater Acoustics Handbook II", Pennsylvania State University Press, Pennsylvania, 1965.
- [4] TOLSTOY, I., and CLAY, C. S., "Ocean Acoustics: Theory and Experiments in Underwater Sound", Acoust. Soc. Am., 1966.
- [5] CLAY, C. S., and MEDWIN, H., "Acoustical Oceanography: Principles and Applications", John Wiley & Sons, New York, 1977.
- [6] SPOFFORD, C. W., "The FACT Model", National Technical Information Service, Springfield, VA, 1974.
- [7] BREKHOVSKIKH, L. M., and LYSANOV, Yu. P., "Fundamentals of Ocean Acoustics", Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [8] URICK, R. J., "Principles of Underwater Sound", McGraw-Hill, New York, 1983.
- [9] DeSANTO, J. A., "Ocean Acoustics", Springer-Verlag, Berlim, 1979.
- [10] FRANK, BERGMANN, and YASPAN, "Ray Acoustics", Summary Tech. Rept. Division Six, NDRC, 8, 41-49, 51-54, 59-68.
- [11] JENSEN, FINN B., "Wave Theory Modeling: A Convenient Approach to CW and Pulse Propagation Modeling in Low Frequency Acoustics", IEEE Journal Oceanic Enginnering, 13(4), oct. 1988.
- [12] KUPERMANN, W. A., "Models of Sound Propagation in the Ocean", Naval Research Reviews, 3, 32-41, 1985.
- [13] WESTON, D. E., "Intensity-Range Relations in Oceanographic Acoustics", J. Sound and Vib., 18(2), 271-287, 1971.

- [14] MURPHY, E., and OLESEN, OLE V., "Intensity-Range Relations for Shallow-Water Sound Propagation", J. Acoust. Soc. Am., 59(2), 305-311, 1976.
- [15] CLAY, C. S., "Propagation of Band-Limited Noise in a Layered Wave Guide", J. Acoust. Soc. Am., 31(11), 1473-1479, 1959.
- [16] TOLSTOY, I., "Resonant Frequencies and High Modes in Layered Wave Guides", J. Acoust. Soc. Am., 28(6), 1182-1192, 1956.
- [17] TOLSTOY, I., "Shallow Water Test of Theory of Layered Wave Guides", J. Acoust. Soc. Am., 30(4), 348-361, 1958.
- [18] WILSON, W. D., "Speed of Sound in Sea Water as a Function of Temperature, Pressure and Salinity", J. Acoust. Soc. Am., 32(6), 641-644, 1960.
- [19] MACKENZIE, KENNETH V., "Discussion of Sea Water Sound-Speed Determinations", J. Acoust. Soc. Am., 70(3), 801-806, 1981.
- [20] ESPÍNDOLA, J. J., "Apostila de Controle de Vibrações", Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Lab. Vib. e Acústica, UFSC, 1991.
- [21] ABRAMOWITZ, M., and STEGUN, I. A., "Handbook of Mathematical Functions", Dover Publications, Inc., 9th ed., New York, 1970.
- [22] HILDEBRAND, F. B., "Advanced Calculus and Applications", Prentice-Hall, 2nd. ed., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.
- [23] REYNOLDS, D. D., "Engineering Principles of Acoustics (Noise and Vibration Control)", Allyn and Bacon, Inc., Boston, Massachusetts, 1981.
- [24] TURBO C++ - "User's Guide" - Borland International, Scotts Valley, CA, 1991.
- [25] SPIEGEL, M. R., "Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas", McGraw-Hill, São Paulo, 1973.

- [26] EWING, W. M., and JARDETZKY, W. S., "Elastic Waves in Layered Media", McGraw-Hill, New York, 1957.
- [27] BREKHOVSKIKH, L. M., and GODIN, O. A., "Acoustic of Layered Media I - Plane and Quasi-Plane Waves", Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [28] SHUMWAY, G., "Sound Speed and Absorption Studies of Marine Sediments By a Resonance Method", Geophysics, vol. 25(2), 1960.
- [29] GARON, H. M., "SHALFACT - A Shallow Water Transmission Loss Model" - Acoustic Environ. Support Detachment - Off. Nav. Res. (unpub. rept), 1976.
- [30] PEKERIS, C. L., Geol. Soc. Am. Mem., 27, 1948.
- [31] BREKHOVSKIKH, L. M., and GODIN, O. A., "Acoustic of Layered Media II - Point Sources and Bounded Beams", Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [32] ETTER, P. C., "Underwater Acoustic Modeling Techniques", MAR. Inc.
- [33] KINSLER, L. E., FREY, A. R., COPPENS, A. B., and SANDERS, J. V., "Fundamentals of Acoustic", John Wiley & Sons, New York, 1980.
- [34] KREIDER, D., OSTBERG, D. R., KULLER, R. C., and PERKINS, F. W., "Introdução à Análise Linear", Vol. 3, Editora Universidade de Brasília, Rio de Janeiro, 1972.